

Домашнее задание № 2 для 11 класса (многогранники)

Задача 1

Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Рассматриваются два тетраэдра $AB_1 D_1 C$ и $A_1 B C_1 D$.

1. Нарисуйте многогранник F , являющийся пересечением этих тетраэдров.
 - (a) Сколько в нем вершин, ребер и граней?
 - (b) Нарисуйте ортогональную проекцию фигуры F на плоскость $AA_1 D_1 D$.
 - (c) Нарисуйте ортогональную проекцию фигуры F на плоскость $AA_1 C_1 C$.
 - (d) Является ли фигура, ограниченная гранями куба и гранями фигуры F , многогранником?
2. Нарисуйте фигуру G , являющуюся объединением двух данных тетраэдров. Выполните для фигуры G те же задания, что и для фигуры F .

Задача 2

В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ основание $ABCD$ — ромб с углом 60° при вершине A . Ребро AA_1 составляет с ребрами AB и AD углы α . Все ребра параллелепипеда равны 1.

1. Найдите угол x между прямой AA_1 и плоскостью основания.
2.
 - (a) Найдите расстояние между основаниями параллелепипеда.
 - (b) При каком угле α расстояния между плоскостями противоположных граней равны?
3. Найдите границы для его диаметра d .

Задача 3

Дана правильная треугольная пирамида. Пусть двугранный угол при основании равен α , а двугранный угол при боковом ребре равен β .

1. Найдите зависимость β от α .
2. Может ли $\beta = \alpha$?
3. Может ли выполняться равенство $\beta = 2\alpha$ и при этом одно из ребер пирамиды быть в два раза больше другого?

Задача 4

В тетраэдре $PABC$ грани PBC и ABC перпендикулярны. Каждая из них — прямоугольный равнобедренный треугольник с гипотенузой BC . $BC = 2$.

1. Какое ребро в нем является наибольшим?
2. Какой двугранный угол в нем является наименьшим?
3. Пусть T — точка, равноудаленная от всех его вершин. Чему равно расстояние PT ?
4. Чему равен угол между (PB) и (AC) ?
5. Чему равно расстояние между прямыми PB и AC ?

Задача 5

$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — правильная четырехугольная усеченная пирамида. $AB = 2$, $A_1 B_1 = 1$, $AA_1 = x$. При каком значении x существует точка:

1. M , равноудаленная от всех ее вершин;
2. N , равноудаленная от всех ее граней;
3. Q , равноудаленная от всех ее ребер?

В каждом случае, когда эти точки существуют, найдите соответствующие расстояния.

Задача 6

Треугольник ABC равносторонний со стороной 2. На его сторонах в одну сторону от его плоскости как на гипотенузах построены равнобедренные прямоугольные треугольники AKC , ALB , BMC . Плоскости этих треугольников перпендикулярны плоскости ABC . Рассматривается многогранник с вершинами A, B, C, K, L, M .

1. Является ли он выпуклым?
2. Вычислите его диаметр.
3. Сколько в нем тупых двугранных углов?
4. Есть ли такая точка, которая равноудалена от всех его вершин?
5. Есть ли такая точка, которая равноудалена от всех его граней?

Задача 7

Вершинами правильного октаэдра являются центры граней куба: A — центр передней грани, B — левой, C — задней, D — правой, P — верхней, Q — нижней. Ребро куба равно 2. Вычислите:

1. расстояние KL , где точка K — середина ребра PA , точка L — середина ребра DQ ;
2. расстояние от K до самой далекой от K плоскости грани;
3. расстояние между прямыми AD и BP ;
4. угол между ребром PC и гранью QCD ;
5. угол между гранями PCD и ADQ .