

Первое домашнее задание по геометрии для 11 класса

1. На плоскости α лежит угол, равный 45° . Точка A не лежит в плоскости α . Расстояние от A до вершины угла равно 2, а до сторон угла — $\sqrt{2}$ и $\sqrt{3}$. Найдите расстояние от точки A до плоскости α .
2. Три плоских угла трехгранного угла таковы: $\angle AOB = 60^\circ$, $\angle AOC = \arccos(2/3)$, $\angle BOC = \arccos(5/6)$. Найдите угол между OC и плоскостью AOB .
3. Два равносторонних треугольника ABC и ABD лежат в перпендикулярных плоскостях. Их стороны равны 1. а) Из точек C и D по отрезкам CB и AD одновременно и с одной скоростью двинулись точки K и L . В каких границах лежит расстояние между ними? б) Ответьте на тот же вопрос, если точка L двинулась от A к D (при прочих тех же условиях). в) Является ли найденное наименьшее значение для расстояния $|KL|$ расстоянием между прямыми (BC) и (AD) ? Между отрезками BC и AD ? (Ответьте для каждого из случаев а) и б).)
4. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ точки K и L движутся по отрезкам $A_1 B$ и AC так, что всегда $A_1 K = AL$. В каких границах лежит $|KL|$, если ребро куба равно 1?
5. Концы отрезка AB длиной 2 лежат в перпендикулярных плоскостях α и β ($A \in \alpha, B \in \beta$). $|A\beta| = |B\alpha| = 1$. Точка K движется от A к B по отрезку AB . Выразите расстояние от K до прямой пересечения этих плоскостей как функцию от x , где $x = |AK|$. В каких границах лежат значения этой функции?
6. Основанием прямого параллелепипеда служит ромб с острым углом α . Под каким углом к основанию нужно пересечь этот параллелепипед плоскостью, чтобы в сечении получился квадрат с вершинами на боковых ребрах?
7. Двугранный угол при боковом ребре правильной шестиугольной пирамиды равен φ . Определите плоский угол при вершине пирамиды.
8. В правильной четырехугольной призме через середины двух смежных сторон основания проведена плоскость, пересекающая три боковых ребра и наклоненная к плоскости основания под углом α . Определите площадь полученного сечения и острый угол его, если сторона основания призмы равна b .
9. Основанием призмы $ABCA_1 B_1 C_1$ служит правильный треугольник ABC , длина стороны которого равна $2a$. Ортогональной проекцией призмы на плоскость основания ABC является трапеция с боковой стороной AB и площадью, в два раза большей площади основания. Найдите высоту призмы, если $AB_1 = b$. (Найдите все решения.)
10. Три диагонали параллелепипеда попарно перпендикулярны, их длины равны a , b и c . Найдите длину четвертой диагонали.
11. В тетраэдре три двугранных угла прямые. Один из отрезков, соединяющих середины противоположных ребер тетраэдра, равен a , а другой b ($b > a$). Найдите длину наибольшего ребра тетраэдра.
12. В треугольной пирамиде $SABC$ с основанием ABC и равными боковыми ребрами сумма двугранных углов с ребрами SA и SC равна 180° . Известно, что $AB = a$, $BC = b$. Найдите длину бокового ребра.
13. Три двугранных угла тетраэдра, не принадлежащие одной вершине, равны $\pi/2$. Оставшиеся три двугранных угла равны между собой. Найдите эти углы.
14. Основанием прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ является квадрат $ABCD$. Найдите наибольшую возможную величину угла между прямой BD_1 и плоскостью BDC_1 .
15. В правильной четырехугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ высота в два раза меньше стороны основания. Найдите наибольшее значение угла $A_1 M C_1$, где M — точка на ребре AB .
16. Все ребра правильной трехугольной призмы $ABCA_1 B_1 C_1$ имеют длину a . Рассматриваются отрезки с концами на диагоналях BC_1 и CA_1 боковых граней, параллельные плоскости $ABB_1 A_1$. Найдите наименьшую длину таких отрезков.
17. Длины ребер прямоугольного параллелепипеда равны a , b и c . Чему равно наибольшее значение площади ортогональной проекции этого параллелепипеда на плоскость.
18. Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с ребром a . Найдите длину наименьшего отрезка, концы которого расположены на прямых AB_1 и BC_1 , образующего угол 60° с плоскостью грани $ABCD$.
19. Все грани тетраэдра — подобные между собой прямоугольные треугольники. Найдите отношение наибольшего и наименьшего ребер этого тетраэдра.