

## Домашнее задание по стереометрии № 4

### Задача 1

В четырехугольной пирамиде  $PABCD$  все ребра равны  $\sqrt{2}$ .

1. Чему равно расстояние между серединой ребра  $PB$  и серединой ребра  $AD$ ?
2. Пусть точка  $K$  лежит на ребре  $PB$ , а точка  $L$  лежит на ребре  $AD$ .  $PK = DL = x$ . Выразите  $KL$  как функцию от  $x$ .
3. В каких границах лежит  $KL$ ?
4. Пусть точка  $K$  движется по ломаной  $PBCP$ , а точка  $L$  движется по ломаной  $DAPD$ . Движение начато одновременно и идет с одной скоростью. В каких границах лежит  $KL$ ?

### Задача 2

В четырехугольной пирамиде  $PABCD$  основанием является квадрат  $ABCD$ , грань  $PBC$  — равнобедренный треугольник ( $PB = PC$ ), перпендикулярный основанию.  $AD = 2$ , расстояние от  $P$  до основания равно 1. Точка  $K$  — середина ребра  $PA$ ; точка  $L$  — середина ребра  $CD$ , точка  $Q$  — середина ребра  $BC$ .

1. Вычислите расстояния:  
а)  $KL$ ; б) от точки  $Q$  до плоскости  $PAD$ ; в) от прямой  $CD$  до плоскости  $PAB$ ; г) от прямой  $AB$  до до прямой  $PD$ ; д) от  $B$  до треугольника  $PAC$ .
2. Есть ли точка, которая равноудалена от всех:  
а) вершин пирамиды; б) плоскостей граней пирамиды?

### Задача 3

$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  — прямоугольный параллелепипед.  $AD = 1$ ,  $DC = 3$ ,  $AA_1 = 2$ .

1. Найдите угол между прямыми  $A_1D$  и  $D_1C$ .
2. Может ли угол между прямыми  $D_1X_1$  и  $AC$  равняться  $30^\circ$ ? (Точка  $X_1$  лежит на ребре  $B_1C_1$ .)
3. Найдите угол  $\alpha$  между прямыми  $B_1D$  и  $AC$ .
4. В каких границах лежит угол  $\beta$  между прямыми  $AA_1$  и  $DX_2$ , где точка  $X_2$  находится на ломаной  $A_1B_1C_1$ ?
5. Точка  $K$  лежит на ребре  $D_1D$ , точка  $L$  лежит на ребре  $CC_1$ ,  $D_1K = CL$ . Определите вид угла между лучами  $AK$  и  $DL$ .

#### Задача 4

В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ :  $AB = 1$ ,  $AD = 2$ ,  $AA_1 = 1$ .

1. Найдите углы, которые образует диагональ параллелепипеда с его гранями.
2. Найдите углы, которые образует диагональ  $B_1 D$  с диагональными плоскостями.
3. Пусть точка  $K$  движется по ребру  $BC$  от  $B$  к  $C$ . Как изменяется угол между диагональю  $BD_1$  и плоскостью  $AB_1 K$ ?

#### Задача 5

В правильной призме  $ABCA_1 B_1 C_1$  все ребра равны 1.

1. Найдите углы, которые плоскость  $A_1 C_1 B$  образует с боковыми гранями призмы.
2. Чему равен больший двугранный угол между плоскостями  $A_1 C_1 B$  и  $B_1 C_1 A$ ?
3. Пусть точка  $K$  движется по ребру  $AA_1$  от  $A$  к  $A_1$ , а точка  $L$  движется по ребру  $BB_1$  от  $B$  к  $B_1$ . Движение начато одновременно и идет с одной скоростью. Как изменяется угол между плоскостями  $A_1 C_1 L$  и  $B_1 C_1 K$ ?

#### Задача 6

В трехгранном угле с вершиной  $O$  и лучами  $a$ ,  $b$ ,  $c$ :  $\angle ca = \angle cb = 90^\circ$ ,  $\angle ab = 60^\circ$ . Внутри угла проведен луч  $Ox$ . Пусть  $\angle xa = \angle xb = \alpha$ .

1. Чему равен угол  $\varphi$  между лучами  $x$  и  $c$ ?
2. Может ли  $\angle xc = \alpha$ ?
3. Чему равен угол между лучом  $b$  и плоскостью, проходящей через лучи  $c$  и  $x$ ?
4. Установите вид двугранного угла с ребром  $x$ , одна грань которого проходит через луч  $a$ , а другая — через луч  $b$ .