

Домашнее задание по стереометрии № 2

- $PABCD$ — правильная четырехугольная пирамида, у которой все ребра равны 1. В этой пирамиде проходит ломаная из четырех звеньев. Первое звено ломаной — отрезок KL , где точка K — середина ребра PB , причем $KL \perp AC$. Второе звено ломаной — отрезок LM , $LM \parallel AK$. Третье звено ломаной соединяет точку M с вершинами основания пирамиды, причем лежит на прямой, скрещивающейся с прямой AK . Четвертое звено ломаной лежит на прямой, пересекающей прямые AK и PC . Все вершины ломаной лежат на поверхности пирамиды.
 - Проведите две такие ломаные.
 - Вычислите наибольшую длину такой ломаной.
- Ребро правильного тетраэдра $ABCD$ равно 4. Точка K — середина ребра BD , точка L — середина ребра CD , точка M — середина ребра AC .
 - Точка P — середина ребра AD , точка Q — середина ребра BC . Вычислите длину общего отрезка сечений тетраэдра плоскостями KLM и PLQ .
 - Точка P_1 лежит на ребре AD , $AP_1 = 1$, точка L_1 лежит на ребре CD , $CL_1 = 1$, точка Q_1 лежит на ребре CB , $CQ_1 = 1$. Вычислите длину общего отрезка сечений тетраэдра плоскостями KLM и $P_1L_1Q_1$.
 - Точки P_1, L_1, Q_1 лежат на тех же ребрах тетраэдра, что в предыдущем пункте, при этом $AP_1 = CL_1 = CQ_1$. В каких границах изменяется длина d общего отрезка сечений тетраэдра плоскостями KLM и $P_1L_1Q_1$?
- Из точки P на плоскость α проведен перпендикуляр PQ . На плоскости α находится прямая a . На прямой a движется в одном направлении отрезок AB . Известно, что $PQ = AB = |QA| = 1$.
 - Пусть $PA = 2$. Чему равно QB ?
 - Может ли $QB = PA$ при некотором положении точки A ?
- В треугольной пирамиде $MABC$ все углы при вершине M прямые. По ребру BC от B к C движется точка K . Пусть $KM = x$, $MA = MB = 1$, $MC = 2$.
 - При каком x возможно $AK = KM$?
 - Выразите как функцию от x площадь треугольника AKM и установите границы, в которых она лежит.
 - В каких границах находится периметр P треугольника AKM ?
- Ребро правильного тетраэдра $ABCD$ равно 2. Рассматриваются два сечения тетраэдра. Одно из них — площадью S_1 — перпендикулярно ребру AD , другое — площадью S_2 — перпендикулярно ребру BD . Оба они проходят через точку K на ребре AD .
 - Нарисуйте оба сечения для случая, когда точка K — середина ребра AD и найдите отношение S_2/S_1 .
 - Пусть $DK = x$. Выразите S_2/S_1 как функцию от x .
 - Могут ли площади S_2 и S_1 быть равны?
- К плоскости α проведен перпендикуляр AB ($A \in \alpha$). $AB = 2$. Через точку A проведена прямая a , перпендикулярная AB . На расстоянии 1 от прямой a на плоскости α находится точка C , и через нее проведен перпендикуляр CD к плоскости α . $CD = AC = 1$.
 - На прямой a взята точка K такая, что $BK = 3$. Чему равна длина DK ?
 - Можно ли на прямой a найти такую точку L , что $BL = DL$?
 - Пусть прямые AD и BC пересекаются в точке M . Из нее проводится перпендикуляр MN на плоскость α . Чему равна его длина?
- $ABCA_1B_1C_1$ — правильная треугольная призма, точка K — середина ребра BB_1 , $AB = 1$, $AA_1 = \sqrt{3}$. Проведите перпендикуляры:
 - из точки K на грань AA_1C_1C ,
 - из точки B на плоскость AKC ,
 - из точки L — середины ребра A_1C_1 — на плоскость AKC ,
 - из точки B_1 на плоскость AKC ,
 - из точки A_1 на плоскость AKC .Вычислите длину каждого перпендикуляра.