



Рис. 117

### Доказательство. Рассмотрим сечение тела плоскостью, параллельной основанию.

- 29.4.** Основанием тела является равнобедренный прямоугольный треугольник с катетом 1. Каждое сечение тела, перпендикулярное одному из катетов, является полукругом. Вычислите объем тела.
- 29.5.** Основанием тела является круг радиусом 1. Каждое сечение тела, перпендикулярное одному из диаметров круга, является квадратом. Вычислите объем тела.
- 29.6.** Дан круг радиусом  $R$ . Треугольник движется так, что его плоскость перпендикулярна одному из диаметров. Одной из его сторон является хорда круга. Противоположная этой стороне вершина удалена от плоскости круга на расстояние  $d$ . Найдите объем полученного тела.
- 29.7.** Оси двух бесконечных цилиндров равных радиусов пересекаются под прямым углом. Радиус цилиндров известен. Найдите объем их общей части.
- 29.8.** Два одинаковых круговых наклонных цилиндра расположены так, что верхние их основания совпадают, а нижние касаются. Радиус основания каждого цилиндра равен  $R$ , высота каждого равна  $H$ . Найдите объем их общей части.

### Находим величину

### Прикладная геометрия

- 29.9.** Предположим, вы захотели сварить себе кашу. Возьмите кастрюлю, насыпьте крупу и наклоните кастрюлю так, чтобы крупа закрыла половину дна. Заметьте точку на стенке кастрюли, ближайшую к ее краю, до которой поднялась крупа, и зажмите ее пальцем. Пересыпьте крупу в другое место, а в эту кастрюлю налейте воды до полученной отметки. Можете начинать варить кашу. Пока она варится, подумайте, почему отношение объемов крупы и воды не зависит ни от количества взятой крупы, ни от размеров кастрюли.

## § 30. Объемы некоторых тел

Применим теорему предыдущего параграфа к нахождению объемов произвольного конуса, шара и некоторых других тел.

### 30.1. Объем цилиндра

В § 28 мы нашли объем прямого цилиндра, тот же результат верен для любого цилиндра.

#### Теорема 30.1

**Объем цилиндра (в частности, призмы) равен произведению площади основания и высоты:  $V = SH$ .**

**Доказательство.** Пусть  $Q(x)$  — сечение данного цилиндра плоскостью, параллельной плоскости основания и проведенной на расстоянии  $x$  от нее.