Общеобразовательная школа №1189 им. И.В. Курчатова

Электро-
статика

Составитель: Бойченко А.М.
Пособие по физике, 10 класс
электродинамика, ч. 1
электростатика

Москва 2010

Оглавление

Электродинамика

Единый взгляд на природу электрических и магнитных сил сформировался в 1820-1873 гг (подробнее см. пособие по уравнениям Максвелла). Считается, что среди прочих взаимодействий электромагнитное понято лучше всего. Так, теоретическое значение аномального магнитного момента электрона совпадает с экспериментальным с точностью до 11 значащих цифр (относительная точность 2 10^{-10}).

1.1 Электростатика. Вводные понятия.

Электризация. Проявления электрических сил можно увидеть при *электризации* тел. Например, если расчесывать сухие волосы расческой, то при поднесении ее к волосам можно заметить, как волосы притягиваются к расческе. Значительная электризация происходит при трении синтетических тканей. В результате при одевании ткань «прилипает» к телу, при раздевании можно услышать характерное потрескивание – проскакивание искорок между трущимися участками поверхностей ткани. В различных производствах электризация может быть очень существенной, например, в механическом производстве с использованием ременных передач возникающие искры могут приводить к взрывоопасным ситуациям. В типографиях при работе с большими рулонами бумаги используются резиновые перчатки для предохранения от электрических разрядов между наэлектризованной бумагой и руками.

Заряд. Чем же обусловлена электризация? Очевидно, что при электризации масса взаимодействующих тел не может существенно измениться, при этом сила взаимодействия тел значительно меняется. Отсюда ясно, что электризацию нельзя объяснить гравитационным взаимодействием. Для объяснения электризации вводится новое понятие – *заряд*. Степень электризации характеризуется степенью разделения заряда, возникающей в процессе электризации. Перечисленные выше вещества являются *изоляторами*, в которых не происходит переноса заряда или его перенос сильно затруднен, именно поэтому возможно его накопление в отмеченных системах. В противоположность изоляторам имеются вещества, хорошо проводящие заряд, называемые *проводниками*, например, металлы. В проводниках электризацию трудно наблюдать, поскольку в момент рассоединения трущихся частей, заряд успевает рассредоточиться по системе, так что разделения заряда не происходит.

В отличие от гравитационного взаимодействия, когда тела только притягиваются, в электрических процессах (при *электрическом взаимодействии*) можно наблюдать как эффекты притяжения, так и отталкивания. Для их описания используют два вида зарядов – положительные и отрицательные (в системе СИ измеряется в Кулонах (Кл)). При сообщении телам зарядов одного знака, тела расталкиваются, при сообщении же им зарядов разного знака – притягиваются. Простейшим прибором, измеряющим заряд, является *электроскоп*.

Электроскоп представляет собой два лепестка, подвешенные на металлическом стержне, выводимом из кожуха электроскопа через изолятор, и заканчивающемся некоторой емкостью, например, металлическим стаканом (рис. 1.1). При сообщении заряда стакану он частично перетекает и на лепестки, которые теперь начинают раздвигаться. Чем больше заряд лепестков, тем больше угол их расхождения.

В электроскопе лепесткам нельзя сообщить разные заряды, однако, наличие зарядов разного знака можно продемонстрировать и с помощью электроскопа. Поднесем внутрь стакана электроскопа заряженную палочку, не дотрагиваясь ею до стенок стакана. Поскольку противоположные заряды притягиваются, а одноименные расталкиваются, внутри стакана в непосредственной близости с палочкой произойдет сосредоточение заряда противоположного знака (или *индуцируется* заряд противоположного знака). Поскольку же стакан со стержнем и с лепестками является электрически нейтральной системой, а мы не коснулись стакана заряженной палочкой, то в силу закона сохранения заряда (см. ниже) на лепестках индуцируются заряды того же знака, что и на палочке. Это приведет к изменению положения лепестков.

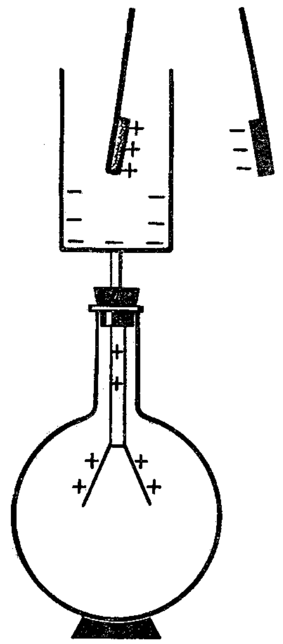


рис. 1.1

Элементарный заряд. При соприкосновении заряженного тела с нейтральным, заряд с заряженного тела частично перетекает на нейтральное – происходит заряжение нейтрального тела. При повторении подобной процедуры с другими нейтральными телами заряд исходного тела будет с каждым разом уменьшаться. Существует, однако, заряд, меньше которого система или тело не может иметь. Такой заряд называется *элементарным* и обозначается e (e = 1.6 10^{-19} Кл, возможны также заряды, равные 1/3 и 2/3 от e (заряды *кварков*, см. пособие по началам квантовой механики), но такие заряды нельзя выделить – выделить или наблюдать в свободном виде мы можем заряды, кратные элементарному).

Строение атомов. Согласно современным представлениям атомы веществ состоят из *ядер* и движущихся вокруг них *электронов* (подробнее см. пособие по началам квантовой механики). Ядро атома представляет собой компактную систему, состоящую из *нейтронов* и *протонов* (называемых также *нуклонами*), которые удерживаются внутри ядра ядерными силами. Массы протонов и нейтронов примерно равны. Нейтроны электрически нейтральны, протоны имеют положительный элементарный заряд. Согласно *таблице элементов Менделеева* химические свойства атомов определяются зарядом их ядер. Вокруг ядра вращаются легкие отрицательно заряженные электроны, заряд которых равен элементарному, а масса примерно в 2000 раз меньше массы нуклонов. Поскольку атом электрически нейтрален, то число электронов в атоме равно числу протонов. Расстояния, на которых вращаются электроны, примерно в 1000 раз превосходят размер ядра (рис. 1.2). Если из атома удалить один или несколько электронов, то такой атом называется *ионом*, заряд которого положителен. Процесс удаления электрона (электронов) из атома называется *ионизацией*, обратный к нему процесс (слияния иона и электрона) называется *рекомбинацией*.

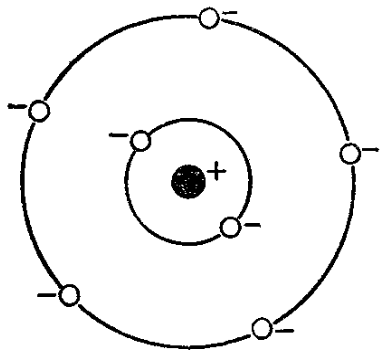


рис. 1.2

Закон сохранения заряда. Для произвольной замкнутой электрически изолированной системы имеет место закон сохранения заряда, т.е. полный заряд системы остается всегда постоянным

$$\sum_i q_i = const \tag{1.1}$$

где заряды системы суммируются с учетом их знаков. Например, при ионизации атома возникает положительно заряженный ион и электрон, т.е. появляется два новых заряда, однако, полный заряд системы «ион + электрон» не меняется, т.к. заряды иона и электрона равны по величине и противоположны по знаку. При рекомбинации иона и электрона уменьшается как положительный, так и отрицательный заряд системы, но полный заряд остается неизменным. В физике высоких энергий возможны процессы рождения и *аннигиляции* (т.е. исчезновения) заряженных частиц, но в этих процессах полный заряд частиц до и после взаимодействия также остается неизменным.

Закон Кулона. Экспериментально установлен французским физиком Кулоном (1785)[1]. Сила, с которой точечные заряды q_1 и q_2, расстояние между которыми равно r, действуют друг на друга, направлена вдоль соединяющей их прямой и определяется выражением

$$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2} \tag{1.2}$$

Данный закон называется также *основным законом электростатики*. Коэффициент k зависит от системы выбираемых единиц. В системе СИ вводится основная единица силы тока – Ампер (см. пособие по цепям постоянного тока), а уже через нее – заряд. Таким образом, в СИ единица заряда не является произвольной, коэффициент k при этом оказывается равным

[1] Впервые закон установлен английским ученым Кавендишем. Известно об этом стало благодаря Максвеллу. Свои работы по электричеству Кавендиш не публиковал, более ста лет его рукописи пролежали в библиотеке Кембриджского университета (Англия)

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

где $\varepsilon_0 = 8.85\ 10^{-12}$ Ф/м – электрическая постоянная.

Соотношение (1.2) можно выбрать для установления единицы заряда. Тогда для простоты естественно выбирать ее так, чтобы коэффициент k в (1.2) оказался равным 1. Такой способ определения заряда вводится в СГСЭ. Первые три буквы означают, что за заряд вводится на основе системы СГС, а буква Э означает, что единица заряда устанавливается на основе основного закона электростатики.

Диэлектрическая проницаемость среды. Если заряды помещены в однородную непроводящую среду (т.е. изолятор или *диэлектрик*), то сила взаимодействия зарядов ослабляется по сравнению с величиной (1.2). Это ослабление характеризуется постоянной величиной $\varepsilon \geq 1$, называемой *диэлектрической проницаемостью среды*. Соотношение (1.2) в системе СИ приобретает вид

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\frac{q_1 q_2}{r^2} \qquad (1.3)$$

Для вакуума $\varepsilon = 1$ (это равенство с хорошей точностью выполняется и для воздуха). Ниже, если это специально не оговаривается, рассмотрение проводится для вакуума.

Близкодействие, дальнодействие. Как взаимодействие передается от одного тела к другому? Попытки решения этого вопроса привели к формированию концепций близкодействия и дальнодействия.

Повседневный опыт подсказывает, что для осуществления какого-то действия нужен непосредственный контакт, например, чтобы открыть или закрыть дверь, предусмотрена ручка, за которую вам следует потянуть. Таким образом, суть концепции близкодействия состоит в том, что для передачи взаимодействия нужен агент или среда, осуществляющие взаимодействие.

Успех ньютоновской механики, описывающей движение планет, казалось бы, говорил в пользу концепции дальнодействия, т.е. передачи воздействий без посредника. Действительно, ведь в межпланетном пространстве нет среды, которая могла бы передавать воздействие масс друг на друга. Сам Ньютон, однако, не был последовательным сторонником этой концепции, т.к. считал нелепостью действие тел друг на друга без посредства чего-либо постороннего.

С философской точки зрения, по-видимому, выбор между этими концепциями сделать нельзя. Можно лишь говорить об удобстве использования какой-либо из них. Кроме того, эти, казалось бы, совершенно разные концепции при ближайшем рассмотрении оказываются тесно переплетенными друг с другом.

Так, например, А. Пуанкаре отмечал, что передача действия путем соприкосновения легче для понимания, чем действие на расстоянии, однако, если считать, что среда непрерывна, то это не дает исследователю удовлетворения привязанности к простоте и потребности все понимать. С другой стороны, если среда состоит из атомов, то на самом деле контакта между ними нет, они находятся пусть на очень малом, но все же конечном расстоянии друг от друга. Для философии же нет принципиальной разницы в объяснении передачи воздействия на одну миллиардную часть миллиметра или на километр.

Трудность объяснения взаимодействия в концепции близкодействия отмечал Я.И. Френкель. Если частицы, из которых состоят тела, разделены промежутками, то при сжимании тела, казалось бы, взаимодействие можно объяснить тем, что одни частицы нажимают на другие и тем самым осуществляется непосредственное их соприкосновение. А если тело растягивается? Каким образом тогда осуществляется соприкосновение частиц?

Развитие этих концепций привело к понятию поля в концепции близкодействия (М. Фарадей) и к появлению концепции запаздывающего дальнодействия (В. Вебер). В первом случае, например, один из зарядов формирует вокруг себя электрическое поле, которое уже в свою очередь, действует на другой заряд. Запаздывание воздействия одного заряда на другой объясняется временем, необходимым на распространение поля. Запаздывание в концепции дальнодействия, например, в теории прямого межчастичного электромагнитного взаимодействия Фоккера-Фейнмана описывается за счет введения в фундамент рассмотрения нулевого интервала (см. пособие по специальной теории относительности) между взаимодействующими частицами. Отметим, что здесь концепция дальнодействия оказывается тесно связанной с концепцией близкодействия. Интервал между двумя точками в четырехмерном пространстве-времени является аналогом расстояния между двумя точками в обычном трехмерном пространстве. Равенство нулю интервала, таким образом, можно рассматривать как обобщение контакта (т.е. равенство нулю расстояния между взаимодействующими частицами) в обычном пространстве. В теории Фоккера-Фейнмана нет понятия поля, однако, можно показать, что при выделении в рассмотрении одной частицы структура вклада остальных частиц интерпретируется как полевая.

Таким образом, выбор какой-либо концепции как правильной или адекватной действительности, по-видимому, не имеет смысла. Это справедливо и в более широком смысле: «Мне всегда казалось странным, что самые фундаментальные законы физики после того, как они уже открыты, все-таки допускают такое невероятное многообразие формулировок, по первому впечатлению неэквивалентных, но все же таких, что после определенных математических манипуляций между ними всегда удается найти взаимосвязь (Р. Фейнман).»

Если, казалось бы, взаимоисключающие точки зрения могут давать одинаково правильное описание действительности, что задача понимания, как устроен мир, достаточно специфична. Отметим в этой связи еще высказывание Э. Маха: «Если бы кто знал мир только по театру и раз попал за кулисы, он мог бы подумать, что действительный мир нуждается в кулисах и что все было бы изучено, если бы были изучены эти кулисы. Вот так и мы не должны считать основами действительного мира те интеллектуальные вспомогательные средства, которыми мы пользуемся для постановки мира на сцене нашего мышления.»

1.2 Электрическое поле

Напряженность электрического поля. Итак, для описания электрического воздействия на заряд можно использовать понятие электрического поля. Наличие поля обнаруживается по силам, действующим на заряд. Если на заряд *q*, в какой-либо точке пространства действует сила $\vec{F}$, причем отношение этой силы к заряду не зависит от величины заряда, то данное отношение

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \qquad (1.4)$$

называют *напряженностью электрического поля* в этой точке (обычно пробный заряд *q* выбирается малым, чтобы он не возмущал систему, в которую его вводят). Например, из (1.3) следует, что напряженность электрического поля точечного заряда в диэлектрической среде равна

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\frac{q}{r^2} \qquad (1.5)$$

где *r* – расстояние до точечного заряда *q*, создающего это электрическое поле.

Силовые линии электрического поля. Таким образом, мы можем поставить в соответствие каждой точке пространства вектор напряженности электрического поля, т.е. мы имеем векторное поле $\vec{E}(\vec{r})$ (см. пособие по газовым законам). Векторное поле можно наглядно представить с помощью *силовых линий*. Силовая линия проводится так, что касательная к ней в некоторой точке пространства совпадает с направлением поля в этой точке пространства (рис. 1.3). Плотность силовых линий характеризует величину поля. Силовые линии электрического поля начинаются на положительных зарядах и заканчиваются на отрицательных зарядах (см. примеры на рис. 1.7-1.9). Распределение силовых линий можно визуализовать: продолговатые кусочки диэлектрика (например, мокрые деревянные палочки), помещенные в касторку, выстраиваются вдоль линий напряженности.

рис. 1.3

Принцип суперпозиции полей. Пусть у нас имеются различные электрические системы, причем мы смогли определить силы $\vec{F}_i$, действующие каждой (i-ой) системой на пробный заряд. Тогда результирующая сила, действующая на заряд, представляет собой векторную сумму этих сил

$$\vec{F} = \sum_i \vec{F}_i$$

Деля данное соотношение на величину заряда, приходим к *принципу суперпозиции полей*. А именно, если в данной точке пространства различные электрические системы создают напряженности $\vec{E}_i$, то результирующая напряженность электрического поля в данной точке равна

$$\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i \qquad (1.6)$$

Теорема Гаусса-Остроградского. В результате обработки имеющихся экспериментальных данных Максвеллом были написаны уравнения, носящие его имя. Одно из этих уравнений связывает поток напряженности электрического поля (т1.22) по произвольной замкнутой поверхности и заряд q, заключенный внутри этой поверхности, а именно

$$\oint_S \vec{E}d\vec{S} = \frac{q}{\varepsilon_0} \qquad (1.7)$$

Значок кружка на интеграле означает, что интегрирование производится по замкнутой поверхности. В этом случае направление нормали к поверхности (направление вектора элементарной площадки $d\vec{S}$) выбирается наружу по отношению к поверхности.

Запись данного уравнения опирается на теорему векторного анализа, связывающую характеристики векторного поля (поток и дивергенцию) и носящую имена Гаусса и Остроградского, поэтому данное уравнение Максвелла часто называют также *теоремой Гаусса-Остроградского*.

Напряженность электрического поля однородно заряженной плоскости. Окружим рассматриваемую плоскость прямым цилиндром (боковая поверхность прямого цилиндра перпендикулярна его основаниям и состоит из прямых, параллельных образующей боковой поверхности цилиндра), основанием которого является произвольная плоская фигура. Основания расположим на одинаковом расстоянии от плоскости (рис. 1.4). Из симметрии задачи следует, что вектор напряженности электрического поля $\vec{E}$ может быть направлен только перпендикулярно плоскости и может зависеть только от расстояния до нее. Потоки $\vec{E}$ через основания прямого цилиндра в силу этого равны. Поток через боковую поверхность равен нулю, поскольку вектора элементарных площадок боковой поверхности перпендикулярны $\vec{E}$, а скалярное произведение перпендикулярных векторов равно нулю. Внутри данного прямого цилиндра содержится заряд q, вырезаемый из рассматриваемой плоскости боковой поверхностью прямого цилиндра. Таким образом, из теоремы Гаусса-Остроградского (1.7) следует, что

$$2ES = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

или $$E = \frac{q}{2\varepsilon_0 S} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \qquad (1.8)$$

где σ – поверхностная плотность заряда плоскости, S – площадь каждого из оснований прямого цилиндра. Мы не фиксировали конкретного расстояния от оснований прямого цилиндра до плоскости. Из (1.8) видно, что напряженность электрического поля однородна в каждом из полупространств, на которые плоскость делит трехмерное пространство.

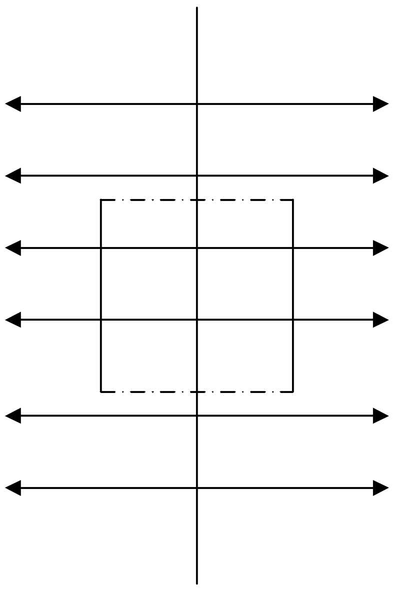


рис. 1.4

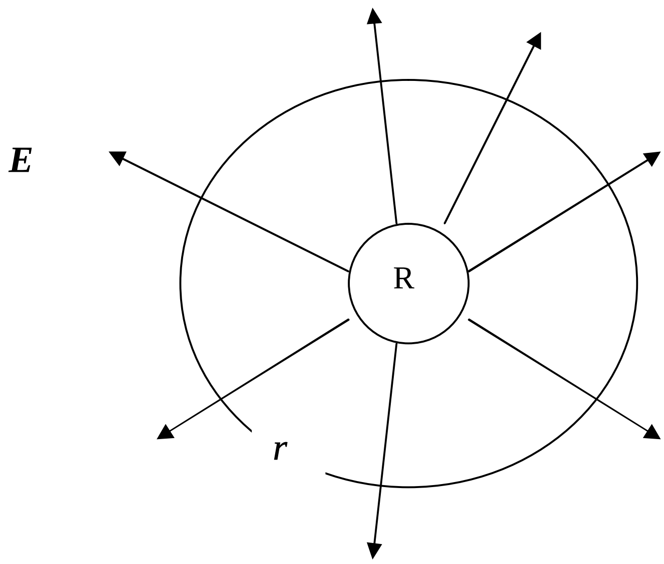


рис. 1.5

Напряженность электрического поля однородно заряженной прямой бесконечной нити (кругового цилиндра). Окружим рассматриваемый прямой круговой цилиндр (т.е. цилиндр, основаниями которого являются круги) с радиусом основания R и длиной L ($L \to \infty$) цилиндрической поверхностью большего радиуса, ось которой совпадает с осью цилиндра (рис. 1.5). На рисунке показаны сечение цилиндра и цилиндрической поверхности плоскостью, перпендикулярной оси симметрии. Из симметрии задачи следует, что вектор напряженности электрического поля $\vec{E}$ может быть направлен только в радиальном направлении и может зависеть только от расстояния до оси симметрии r. Таким образом, в каждой точке цилиндрической поверхности вектор $\vec{E}$ сонаправлен с вектором элементарной площадки. Скалярное произведение сонаправленных векторов равно произведению их модулей, поэтому из теоремы Гаусса-Остроградского (1.7) следует, что

$$ES = 2\pi r L E = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

или $$E(r)=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r},\; r>R \qquad (1.9)$$

где q – заряд цилиндра, $\lambda = q/L$ – заряд на единицу длины цилиндра (одномерная плотность заряда).

Напряженность электрического поля точечного заряда (шара). Окружим рассматриваемый шар радиуса R сферической поверхностью большего радиуса, центр которой совпадает с центром шара. Рассмотрим сечение шара и сферической поверхности плоскостью, проходящей через их центры. Вид такого сечения аналогичен предыдущему рассмотренному случаю (рис. 1.5). Из симметрии задачи следует, что вектор напряженности электрического поля $\vec{E}$ может быть направлен только в радиальном направлении и может зависеть только от расстояния до центра r. Таким образом, в каждой точке сферической поверхности вектор $\vec{E}$ сонаправлен с вектором элементарной площадки. Скалярное произведение сонаправленных векторов равно произведению их модулей, поэтому из теоремы Гаусса-Остроградского (1.7) следует, что

$$ES=4\pi r^2 E=\frac{q}{\varepsilon_0}$$

или $$E(r)=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2},\; r>R \qquad (1.10)$$

где q – заряд шара. В случае точечного заряда, мы воспроизводим, таким образом, уже известное выражение (1.5).

1.3 Потенциальная энергия. Потенциал.

Потенциальная энергия заряда в однородном электростатическом поле. Рассмотрим работу электрического поля при движении заряда q из точки 1 в точку 2 вдоль произвольного пути (рис. 1.6), который разобьем на маленькие участки i такие, что каждый из них можно считать отрезком. Чем мельче разбиение, тем точнее будет выполняться наше предположение. Вектора перемещений $\Delta\vec{r}_i$ представим в виде суммы взаимно перпендикулярных векторов $\Delta\vec{r}_{i\parallel}$ и $\Delta\vec{r}_{i\perp}$, направленных соответственно по направлению и перпендикулярно направлению поля. Работа внешнего поля на участке $\Delta\vec{r}_i$ представляет собой скалярное произведение (см. пособие по механике, м1) $A_i=\vec{F}_i\Delta\vec{r}_i$, где $\vec{F}_i$ – сила, действующая на заряд q на данном участке. Полная работа

$$A=\sum_i A_i=\sum_i \vec{F}_i(\Delta\vec{r}_{i\parallel}+\Delta\vec{r}_{i\perp})=\sum_i \vec{F}_i\Delta\vec{r}_{i\parallel}=q\vec{E}\sum_i\Delta\vec{r}_{i\parallel}=qEd=q\vec{E}\Delta\vec{r} \qquad (1.11)$$

пропорциональна скалярному произведению напряженности электрического поля на вектор перемещения заряда q и не зависит от пути, по которому перемещается заряд. При переходе от второго равенства к третьему использовалось свойство равенства нулю скалярного произведения перпендикулярных векторов. Поля, в которых работа поля не зависит от пути, вдоль которого она совершается, называются *потенциальными* (а системы, в которых работа сил не зависит от пути – *консервативными*), соответственно, в таких полях вводится понятие потенциальной энергии U (см. пособие по механике м1) изменение которой по определению равно

$$A = -\Delta U \qquad (1.12)$$

Окончательно имеем

$$\Delta U = -q\vec{E}\Delta\vec{r} \qquad (1.13)$$

или

$$U(\vec{r}) = -q\vec{E}\vec{r} + C \qquad (1.14)$$

где C – произвольная постоянная.

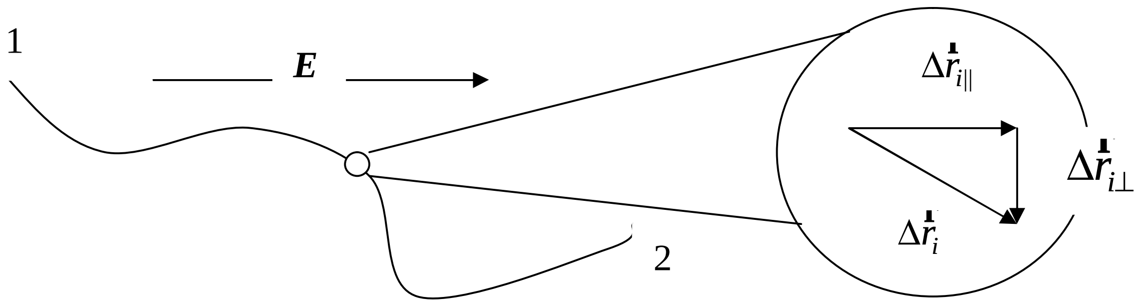


рис. 1.6

Потенциальная энергия взаимодействия двух точечных зарядов.

Аналогичные рассуждения о независимости работы от пути можно провести и для случая пробного заряда q, перемещающегося в поле неподвижного точечного заряда q_1. Тогда при перемещении заряда q, находящегося на расстоянии r (точка 1) от заряда q_1, на бесконечность можно в качестве пути перемещения взять луч, направленный от заряда q в точку 1. Отличие от (1.11) будет состоять в том, что на разных участках i напряженность электрического поля уже не будет одной и той же. При выборе пути перемещения в виде луча, вектора $\vec{E}_i$ и $\Delta\vec{r}_i$ сонаправлены

$$A = \sum_i A_i = \sum_i \vec{F}_i \Delta\vec{r}_i = q\sum_i \vec{E}_i \Delta\vec{r}_i = q\sum_i E_i \Delta r_i$$

При устремлении $\Delta\vec{r}_i$ к нулю данная сумма представляет собой интеграл (см. (т1.22), (т2.9)), учитывая (1.10) получаем

$$A = -\Delta U = U(r) - U(\infty) = \int_r^\infty \frac{q_1 q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} dr = -\left.\frac{q_1 q}{4\pi\varepsilon_0 r}\right|_r^\infty = \frac{q_1 q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

т.е.

$$U(r) = \frac{q_1 q}{4\pi\varepsilon_0 r} \qquad (1.15)$$

Также как и в (1.14), (1.15) должна содержать произвольную постоянную. Мы ее не пишем, поскольку обычно потенциальная энергия на бесконечности принимается равной нулю.

Потенциальность стационарного электрического поля. Источниками стационарного электрического поля являются заряды (см. разделы силовые линии электрического поля, теорема Гаусса-Остроградского), поэтому в силу принципа суперпозиции полей любое распределение поля можно рассматривать как поле, создаваемое неким распределением точечных зарядов. Один точечный заряд создает вокруг себя потенциальное поле (см. предыдущий раздел), следовательно, система точечных зарядов также будет создавать потенциальное поле (работа поля по перемещению заряда разбивается на сумму работ в поле каждого из точечных зарядов, каждая из которых не зависит от пути перемещения). Итак, стационарное электрическое поле потенциально.

Потенциал, разность потенциалов. Наличие или отсутствие внешнего поля не зависит от того, помещается или нет в него пробный заряд. Поэтому более информативной характеристикой поля является не потенциальная энергия, а *потенциал* поля

$$\varphi = \frac{U}{q} \qquad (1.16)$$

который также как и потенциальная энергия определяется с точностью до произвольной постоянной, q – величина пробного заряда. *Разность потенциалов* (или *напряжение*, *падение напряжения*) U_φ между точками 1 и 2 с потенциалами φ_1, φ_2 определяется как

$$U_\varphi = -\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 \qquad (1.17)$$

Таким образом, из (1.15), (1.14), (1.16) следует, что потенциал однородного электрического поля равен

$$\varphi(\vec{r}) = -\vec{E}\vec{r} + C \qquad (1.18)$$

а потенциал поля точечного заряда

$$\varphi(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} \qquad (1.19)$$

где q – заряд, создающий потенциал.

Из (1.12), (1.16) получаем, что работа поля по перемещению заряда q из точки 1 в точку 2 равна

$$A = -\Delta U = -q\Delta\varphi = q(\varphi_1 - \varphi_2) = qU_\varphi \qquad (1.20)$$

Внесистемная единица энергии – электронвольт (эВ). В атомной физике и физике элементарных частиц широко используется единица измерения энергии – электронвольт. Этой энергии соответствует работа поля над элементарным зарядом при прохождении им разности потенциалов в 1 В. Согласно (1.20) 1 эВ = 1.6 10^{-19} Дж.

Принцип суперпозиции потенциала. В малой окрестности точки пространства напряженность электрического поля меняется слабо, в силу чего в этой окрестности поле можно считать однородным. Из (1.13), (1.16) видно, что напряженность электрического поля и потенциал в этом случае связаны соотношением

$$\Delta\varphi = -\vec{E}\Delta\vec{r} \tag{1.21}$$

т.е. напряженность электрического поля в некоторой точке характеризуется скоростью изменения потенциала в этой точке. Отсюда из принципа суперпозиции полей приходим к принципу суперпозиции потенциала: если в данной точке пространства различные электрические системы создают потенциалы φ_i, то результирующий потенциал электрического поля в данной точке равен

$$\varphi = \sum_i \varphi_i \tag{1.22}$$

Эквипотенциальные поверхности. При перемещении заряда перпендикулярно силовым линиям работа поля не совершается, т.к. сила перпендикулярна перемещению. Согласно (1.20) это означает, что точки поверхности, перпендикулярной силовым линиям имеют одинаковый

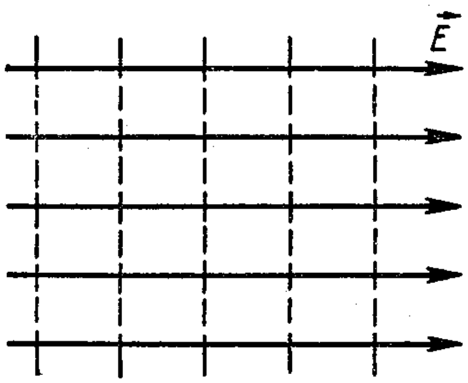


рис. 1.7

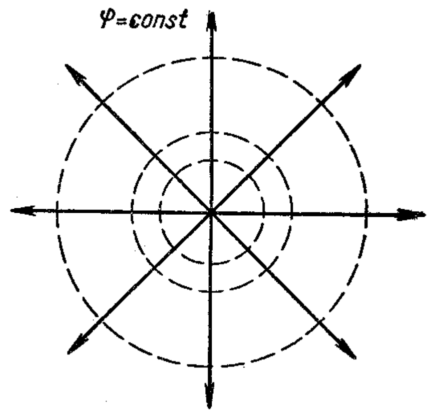


рис. 1.8

потенциал. Такие поверхности называются *эквипотенциальными*. Примеры приведены на рис. 1.7 (эквипотенциальные поверхности однородного поля), 1.8 (точечного заряда) и 1.9 (диполя). Эквипотенциальные поверхности вместе с силовыми линиями

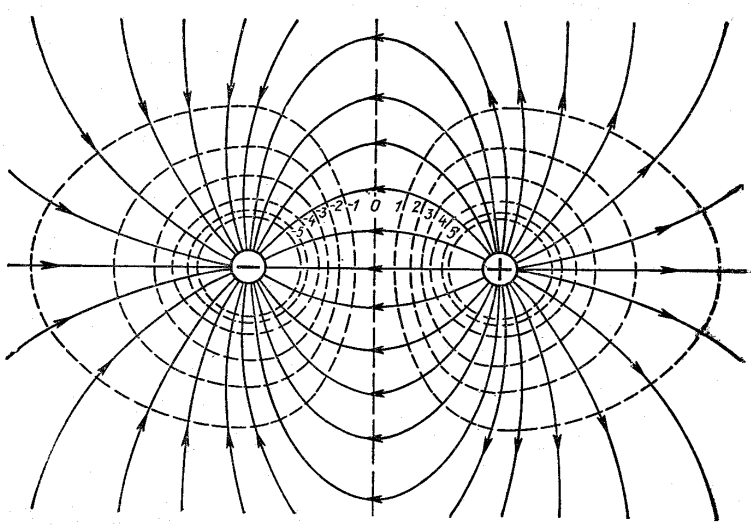


рис. 1.9

характеризуют распределение поля в пространстве. Напряженность электрического поля перпендикулярна эквипотенциальным поверхностям и направлена в сторону уменьшения потенциала.

Проводники в электростатическом поле. *Электростатическое поле внутри проводника*. Отличительной чертой проводников является наличие в них *свободных зарядов*, которые могут перемещаться внутри проводника под воздействием электрического поля. Например, в металлах (наиболее широко используемый в технике проводник) свободными зарядами являются электроны. Электроны внешних оболочек атомов металлов слабо связаны в кристаллах, коллективизируются кристаллом и могут перемещаться в любом направлении.

При наложении внешнего электрического поля, свободные электроны перемещаются под его действием таким образом, что результирующее поле внутри проводника и на его поверхности оказывается равным нулю. Если бы это было не так, то происходило бы постоянное движение зарядов в этом поле и мы имели бы своего рода вечный двигатель. Кроме того, движение зарядов сопровождается постоянным выделением теплоты (см. пособие по цепям постоянного тока, закон Джоуля-Ленца). Все это привело бы к нарушению закона сохранения энергии.

Итак, поле в проводнике и на его поверхности равно нулю. Из (1.21) следует, что любая точка проводника имеет один и тот же потенциал. В частности, поверхность проводника является эквипотенциальной, т.е. силовые линии выходят из проводника перпендикулярно его поверхности.

1.4 Электроемкость

Во многих задачах электростатики необходимо рассчитывать распределение потенциала в пространстве, зная распределение заряда, или наоборот. В таких задачах естественным образом возникает и используется понятие *электроемкости* (или просто *емкости*) проводника, представляющей собой отношение заряда q проводника к его потенциалу

$$C = \frac{q}{\varphi} \tag{1.23}$$

Для уединенных проводников данное отношение зависит только от геометрии проводника.

Емкость шара. Например, для уединенного шара (или сферы) радиуса R из (1.19) получаем

$$C = 4\pi\varepsilon_0 R \tag{1.24}$$

Если проводник не уединенный, то его емкость зависит от окружающих его тел. Зарядим электроскоп и поднесем к нему какой-нибудь предмет (например, ладони рук). Угол наклона лепестков уменьшится, что говорит об уменьшении его потенциала и, в соответствии с (1.23), об увеличении его емкости. Потенциал проводника меняется за счет появления распределения заряда в подносимом предмете. При поднесении проводника на нем индуцируются заряды разных знаков, при поднесении диэлектрика происходит его поляризация (см. ниже). Применение систем, емкость которых зависит от окружения, очень неудобно, поэтому в электротехнике используются конденсаторы – системы проводников, емкость которых от окружения не зависит.

Конденсатор представляет собой систему проводников, разделенных слоями диэлектрика. Проводники, на которые подается напряжение, называются *обкладками* конденсатора. Особый интерес представляет случай, когда заряды обкладок равны по величине и противоположны по знаку. В этом случае почти все электрическое поле сосредоточено внутри конденсатора. Под зарядом конденсатора понимают абсолютное значение заряда одной из обкладок.

Плоский конденсатор состоит из двух параллельных пластин (обкладок конденсатора), разделенных слоем диэлектрика, толщина которого мала по сравнению с характерными размерами пластин.

Напряженность электрического поля. Найдем напряженность электрического поля между параллельными, бесконечными плоскостями, однородно заряженными зарядами различных знаков с одинаковой по абсолютному значению поверхностной плотностью, заполненными диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ε. Поле от одной пластины определяется выражением (1.8). Получаем, что в полупространстве справа от правой пластины и слева от левой пластины в силу принципа суперпозиции полей напряженность электрического поля тождественно равна нулю. Между обкладками в силу принципа суперпозиции полей напряженность электрического поля удваивается и равна

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon} \qquad (1.25)$$

Если мы возьмем пластины конечной площади, то поле внутри них, т.е. поле плоского конденсатора с хорошей точностью однородно и определяется выражением (1.25). Отклонения от однородности и значения (1.25) увеличиваются по мере приближения к краевым областям конденсатора (рис. 1.10).

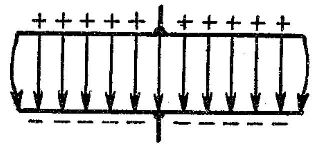


рис. 1.10

Напряжение. Поскольку поле внутри плоского конденсатора однородно, то для вычисления напряжения на обкладках можно воспользоваться выражением (1.18)

$$U_\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = Ed \qquad (1.26)$$

где E – напряженность электрического поля внутри конденсатора (1.25), d – расстояние между обкладками.

Диэлектрики. В чем причина ослабления электрических сил, а значит и напряженности электрических полей (1.3), (1.25), в диэлектрической среде?

Два вида диэлектриков. Атомы и молекулы различных веществ, в частности диэлектриков, состоят из заряженных частиц (см. выше). Центры распределения этих зарядов могут не совпадать. Например, в молекуле поваренной соли (NaCl) атом хлора отбирает у атома натрия внешний слабосвязанный электрон, в результате чего получается ионная молекула, состоящая из положительно заряженного иона натрия и отрицательно заряженного иона хлора. Система, состоящая из равных по величине и противоположных по знаку зарядов, называется *диполем*, поэтому молекулу NaCl можно назвать дипольной молекулой.

Итак, мы имеем два вида диэлектриков. Если центры распределения положительных и отрицательных зарядов молекул диэлектрика не совпадают, т.е. диэлектрик состоит из дипольных молекул, то такой диэлектрик называется *полярным*. Если же центры распределения положительных и отрицательных зарядов атомов или молекул диэлектрика совпадают, то такой диэлектрик называется *неполярным*.

В отсутствие электрического поля любой выделенный объем в диэлектрике электрически нейтрален (рис. 1.11а). В неполярном диэлектрике это имеет место в силу того, что атомы и молекулы электрически нейтральны. В полярном диэлектрике данное обстоятельство имеет место в силу хаотической ориентации диполей полярных молекул.

При наложении поля диэлектрик *поляризуется*, т.е. в нем возникают *связанные* заряды. В полярном диэлектрике это происходит за счет выстраивания молекул диэлектрика по полю, в неполярном же диэлектрике под влиянием поля в атомах и молекулах диэлектрика происходит смещение центров распределения положительных и отрицательных зарядов. В результате, например в плоском конденсаторе, во внутренних областях диэлектрик электрически нейтрален, у положительно заряженной пластины возникает область избыточного отрицательного заряда, а у отрицательно заряженной пластины возникает область избыточного положительного заряда, возникшего в результате поляризации диэлектрика (рис. 1.11б). Это приводит к эффективному снижению заряда пластин, т.е. к уменьшению напряженности поля в промежутке между пластинами.

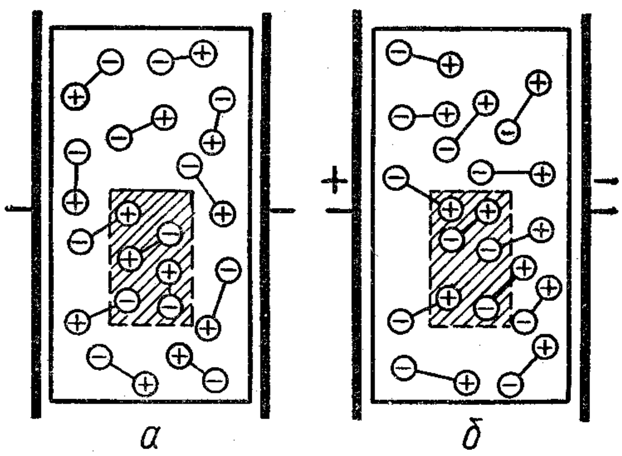


рис. 1.11

Итак, снижение напряженности электрического поля в диэлектриках происходит за счет его поляризации.

Емкость конденсатора есть отношение заряда конденсатора к модулю напряжения на нем

$$C = \frac{|q|}{|U_\varphi|} \qquad (1.27)$$

Емкость плоского конденсатора. Используя (1.25), (1.26) из (1.27) получаем

$$C = \frac{q}{Ed} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon q}{\sigma d} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d} \qquad (1.28)$$

где в последнем равенстве использовано определение поверхностной плотности заряда.

Емкость цилиндрического конденсатора. Обкладки конденсатора представляют собой соосные цилиндры. В этом случае

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon l}{\ln(R_2 / R_1)} \qquad (1.29)$$

где R_2 и R_1 – радиусы внешней и внутренней обкладок, l – длина конденсатора.

Емкость сферического конденсатора. Если обкладки конденсатора представляют собой сферы, центры которых совпадают, то

$$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1} \qquad (1.30)$$

где R_2 и R_1 – радиусы внешней и внутренней обкладок конденсатора.

Емкость параллельного соединения конденсаторов. Пусть у нас имеется n параллельно соединенных конденсаторов (рис. 1.12). Можно ли заменить их одним конденсатором и если можно, то какова должна быть его емкость?

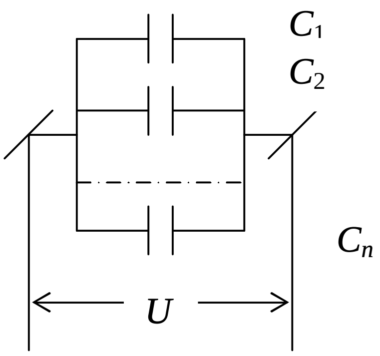


рис. 1.12

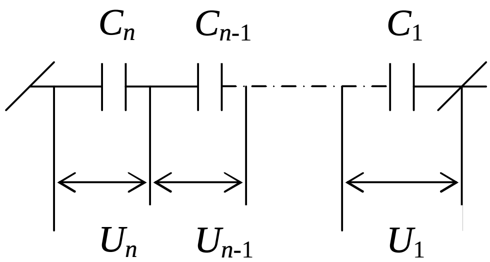


рис. 1.13

Левые пластины конденсаторов соединены проводниками. Поверхность проводников эквипотенциальна, следовательно, потенциал левых обкладок конденсаторов один и тот же. То же самое можно сказать и о правых обкладках конденсаторов. Таким образом, напряжения на всех конденсаторах одно и то же (U). Имеем

$$C=\frac{q}{U}=\frac{q_1+\ldots+q_n}{U}=\frac{q_1}{U}+\ldots+\frac{q_n}{U}=C_1+\ldots+C_n$$

Итак, параллельное соединение конденсаторов можно заменить одним, емкость которого должна быть

$$C=\sum_{i=1}^{n}C_i \qquad (1.31)$$

Емкость последовательного соединения конденсаторов. Такой же вопрос можно поставить и относительно последовательно соединенных конденсаторов (рис. 1.13).

При подаче напряжения из закона сохранения заряда следует, что заряд каждого из последовательно соединенных конденсаторов будет один и тот же

$$q=q_n=q_{n-1}=\ldots=q_1 \qquad (1.32)$$

Разность потенциалов на всем соединении будет равна сумме напряжений на каждом из конденсаторов

$$U=\varphi_n-\varphi_0=(\varphi_n-\varphi_{n-1})+(\varphi_{n-1}-\varphi_{n-2})+\ldots+(\varphi_1-\varphi_0)=U_n+U_{n-1}+\ldots+U_1$$

Используя определение емкости конденсатора (1.27) и (1.32) получаем

$$\frac{q}{C}=\frac{q_n}{C_n}+\frac{q_{n-1}}{C_{n-1}}+\ldots+\frac{q_1}{C_1}=q\left(\frac{1}{C_n}+\frac{1}{C_{n-1}}+\ldots+\frac{1}{C_1}\right)$$

Сокращая обе части равенства на не равный нулю заряд q, получаем, что последовательное соединение конденсаторов можно заменить одним, емкость которого определяется в соответствии с выражением

$$\frac{1}{C}=\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{C_i} \qquad (1.33)$$

1.5 Энергия, плотность энергии электрического поля

Энергия заряженного плоского конденсатора. Одна из обкладок конденсатора находится в поле другой. В плоском конденсаторе напряженность электрического поля, создаваемого одной из обкладок, однородна и в два раза меньше поля E внутри конденсатора (1.8), (1.25). Таким образом, энергия одной из обкладок в однородном поле другой в силу (1.14) равна

$$U=q\frac{E}{2}d$$

где q – заряд одной из обкладок, d – расстояние между ними. Используя связь (1.26) напряжения U_φ на конденсаторе с полем внутри него и (1.27) получаем

$$U=\frac{qU_\varphi}{2}=\frac{q^2}{2C}=\frac{CU_\varphi^2}{2} \qquad (1.34)$$

Плотность энергии электрического поля. Энергия, запасенная в конденсаторе, содержится в его электрическом поле. Плотность энергии поля, следовательно, определяется как

$$w_E = \frac{U}{V} = \frac{CU_\varphi^2}{2V} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{2d} \frac{E^2 d^2}{Sd} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} \qquad (1.35)$$

где $V = Sd$ – объем конденсатора, при выводе использовались соотношения (1.26), (1.28) и (1.34).

Отметим, хотя выражение (1.35) получено для стационарного, однородного поля, оно справедливо в общем случае (при произвольной пространственной (или временной) зависимости поля, в малой окрестности точки (в течение достаточно малого промежутка времени) поле можно считать стационарным и однородным).

Примеры решения задач

1. Два шара одинакового радиуса R с одноименными зарядами q_1 и q_2 находятся на расстоянии r друг от друга. Если их соединить на короткое время проводником, то заряды станут равными:

$$q_1` = q_2` = (q_1 + q_2)/2$$

Сравнить энергию электростатического взаимодействия шаров до и после соединения.

Ответ: $\Delta W = k\dfrac{(q_1 - q_2)^2}{4r} - k\dfrac{(q_1 - q_2)^2}{4R}$.

Решение. Сначала потенциальная энергия взаимодействия заряженных шаров равна

$$U_1 = q_1\varphi_2 = k\frac{q_1 q_2}{r}$$

после соединения

$$U_2 = q_1`\varphi_2` = k\frac{(q_1 + q_2)^2}{4r}$$

Их разность

$$\Delta U = U_2 - U_1 = \frac{k}{r}\left[\left(\frac{q_1 + q_2}{2}\right)^2 - q_1 q_2\right] = k\frac{(q_1 - q_2)^2}{4r} > 0$$

т.е. энергия взаимодействия заряженных шаров после перераспределения зарядов возрастает. На первый взгляд это кажется странным, тем более, что при перераспределении зарядов должно выделиться некоторое количество теплоты в проводнике за счет протекания по нему электрического тока (см. пособие по цепям постоянного тока).

Дело в том, что выше не были учтены «собственные энергии» взаимодействия зарядов (самовзаимодействие зарядов). До перераспределения зарядов эта энергия равна

$$U_1` = \frac{q_1\varphi_1}{2} + \frac{q_2\varphi_2}{2} = k\frac{q_1^2}{2R} + k\frac{q_2^2}{2R}$$

после –

$$U_2` = \frac{q_1'\varphi_1'}{2} + \frac{q_2'\varphi_2'}{2} = 2k\frac{\left(\dfrac{q_1 + q_2}{2}\right)^2}{2R} = k\frac{(q_1 + q_2)^2}{4R}$$

Ее изменение

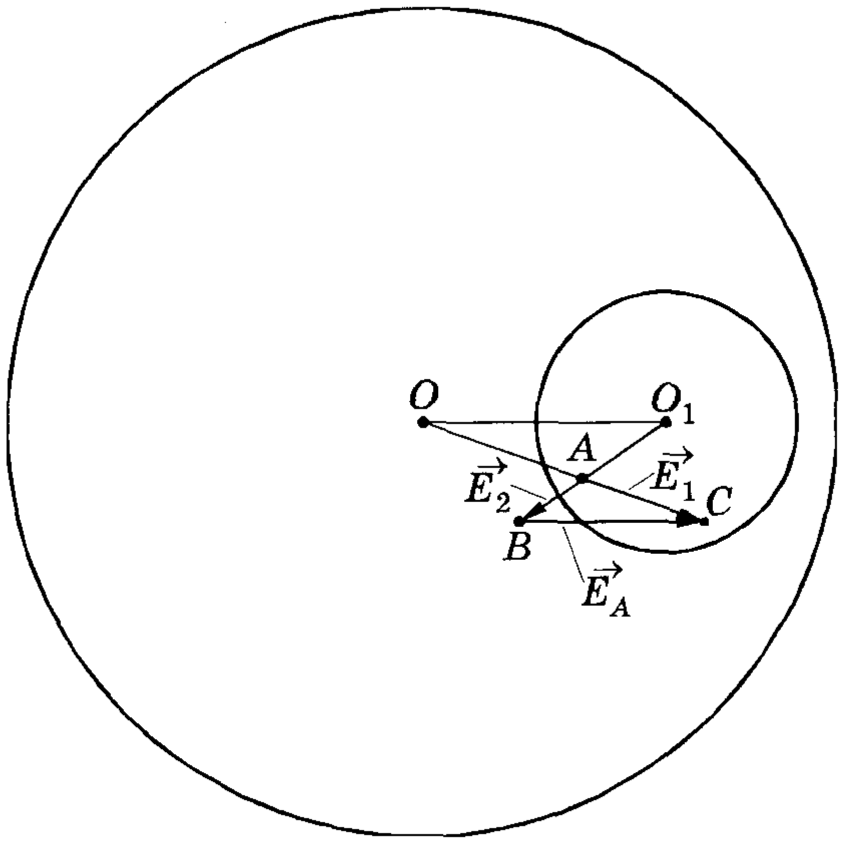
$$\Delta U` = U_2` - U_1` = \frac{k}{4R}\left[(q_1 + q_2)^2 - 2(q_1^2 + q_2^2)\right] = -\frac{k}{4R}(q_1 - q_2)^2 < 0$$

Поскольку $R < r$, то $|\Delta U`| > |\Delta U|$ и полное изменение энергии системы

$$\Delta W = \Delta U + \Delta U' = k\frac{(q_1 - q_2)^2}{4r} - k\frac{(q_1 - q_2)^2}{4R} < 0$$

не увеличивается в результате перераспределения заряда.

2. В шаре распределен электрический заряд с постоянной плотностью ρ. В шаре имееися сферическая полость радиусом r. Центр полости находится на расстоянии l от центра заряженного шара. Определить напряженность электрического пля в точке A внутри сферической полости. Точка A находится на расстоянии a от центра заряженной сферы и на расстоянии b от центра полости (см. рис.).



Ответ: $E_A = 4\pi k\rho l/3$.

Решение. Имеем $OO_1 = l$, $OA = a$, $O_1A = b$. В силу принципа суперпозиции полей, напряженность электрического поля в точке A можно вычислить как разность вкладов в напряженность электрического поля шара без полости (одродно заряженные сферические слои не дают вклада в напряженность электрического поля внутри этих слоев)

$$E_1 = kq_1/a^2 = k\frac{\frac{4}{3}\pi a^3\rho}{a^2} = 4k\rho\pi a/3,$$

и шара радиуса b

$$E_2 = kq_2/b^2 = k\frac{\frac{4}{3}\pi b^3\rho}{b^2} = 4k\rho\pi b/3,$$

$$\vec{E}_A = \vec{E}_1 - \vec{E}_2$$

Треугольники ΔOAO_1 и ΔABC подобны

$$E_1/E_2 = a/b,\ \angle OAO_1 = \angle BAC,$$

Следовательно,

$E_A/l = E_1/a$, $E_A = 4\pi k\rho l/3$,

Видно, что внутри полости поле не зависит от a и b, т.е. однородно, причем его направление в силу того, что BC || OO$_1$, определяется направлением $\vec{OO_1}$ ($\vec{E}_A$ || $\vec{OO_1}$) из центра шара в центр полости.

3. Во внешнее однородное электрическое поле напряженностью E перпендикулярно силовым линиям вводят две соединенные проводником пластины конденсатора, расстояние между которыми d, внутри которых также перпендикулярно силовым линиям внешнего поля находится металлическая пластина ширины $\Delta < d$. Найти поверхностные плотности зарядов, индуцированные на пластинах.

Ответ: $\sigma_1 = -\varepsilon_0 E$, $\sigma_2 = 0$.

Решение. Пусть ось x, направлена слева направо, внешнее поле направлено по оси x. Пусть на пластинах, разделенных расстоянием d, появятся плотности зарядов σ_1 (на левой) и $-\sigma_3$ (на правой), на пластине ширины Δ – плотности зарядов σ_2 (на левой стороне пластины) и $-\sigma_4$ (на правой стороне пластины). Из закона сохранения заряда (до введения пластин во внешнее поле их заряд был равен нулю)

$$\sigma_3 = \sigma_1$$

$$\sigma_4 = \sigma_2$$

Внутри пластин с поверхностными плотностями $\pm\sigma_1$ напряженность электрического поля равна

$$E_1 = \sigma_1/\varepsilon_0$$

Снаружи пластин поле равно нулю (1.25). По той же причине поверхностные плотности заряда $\pm\sigma_2$ создают внутри пластины ширины Δ напряженность электрического поля

$$E_2 = \sigma_2/\varepsilon_0$$

и снаружи – нуль. Внутри металлической пластины ширины Δ напряженность электрического поля должна быть равна нулю (металл является проводником), в силу принципа суперпозиции полей

$$E + E_1 + E_2 = 0 \qquad (1)$$

Поверхность пластин, разделенных расстоянием d, эквипотенциальна, следовательно, из (1.18) имеем

$$(E + E_1)(d - \Delta) = 0$$

Поскольку $d - \Delta \neq 0$ имеем

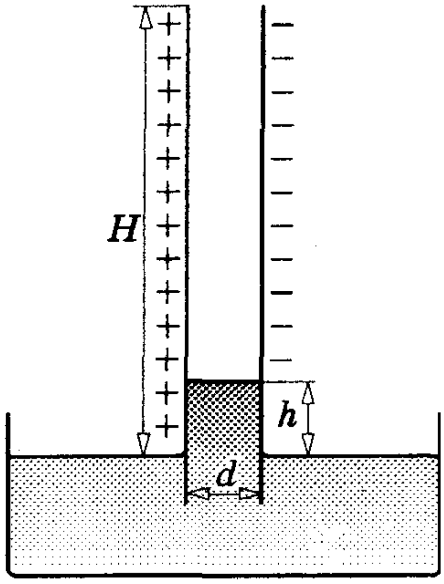
$$E + E_1 = 0 \qquad (2)$$

Из уравнений (1) и (2) имеем $E_2 = 0$, $E_1 = -E$, итак

$$\sigma_2 = 0$$

$$\sigma_1 = -\varepsilon_0 E$$

4. Плоский заряженный конденсатор с прямоугольными пластинами установлен в вертикальном положении так, что его пластины соприкасаются с диэлектрической жидкостью. Расстояние между пластинами намного меньше линейных размеров пластин. Высота пластин конденсатора H, плотность жидкости ρ, ее диэлектрическая проницаемость ε, до опускания пластин в диэлектрик напряженность электрического поля конденсатора равнялась E. Определить высоту поднятия жидкости между пластинами, капилярными эффектами пренебречь.



Ответ: $h \approx \dfrac{(\varepsilon-1)\varepsilon_0 E^2}{2\rho g}$.

Решение. При попадании жидкости в конденсатор происходит ее поляризация, поле вблизи краев конденсатора неоднородно, в результате чего диэлектрик начинает втягиваться в конденсатор. Конденсатор отключен от источника напряжения, поэтому заряд его пластин не меняется

$$Q = C_0 U_0$$

При поднятии жидкости на высоту h (см. рис.) емкость полученного конденсатора (1.28) становится равной

$$C = C_1 + C_2 = C_0\varepsilon\frac{h}{H} + C_0\frac{H-h}{H}$$

Энергия такой системы (энергия электрического поля конденсатора с потенциальной энергией поднятой жидкости) равна

$$W = \frac{Q_0^2}{2C} + \frac{mgh}{2}$$

$$W = \frac{Q_0^2 H}{2C_0(H + h(\varepsilon-1))} + \frac{\rho g H d h^2}{2}$$

где d – расстояние между пластинами, для определенности ширина каждой пластины принята также за H.

Высота подъема жидкости определяется минимальным значением энергии. Приравниваем производную от $W(h)$ нулю

$$W'(h) = -\frac{Q_0^2 H(\varepsilon-1)}{2C_0(H + h(\varepsilon-1))^2} + \rho g H d h = 0$$

или

$$h(H+h(\varepsilon-1))^2=\frac{Q_0^2(\varepsilon-1)}{2C_0\rho dg}$$

Введем обозначения

$$\frac{h}{H}=\alpha,\qquad \frac{Q_0^2(\varepsilon-1)}{2C_0\rho gdH^3}=\frac{W_0(\varepsilon-1)}{\rho gdH^3}=\frac{(\varepsilon-1)W_0}{2W_{max}}=A$$

где W_{max} – потенциальная энергия жидкости, заполняющей весь конденсатор, тогда последнее уравнение примет вид

$$\alpha(1+\alpha(\varepsilon-1))^2=A$$

При небольших значениях α и ε имеем $\alpha\approx A$ и

$$h=H\frac{(\varepsilon-1)W_0}{2W_{max}}=\frac{(\varepsilon-1)\varepsilon_0E^2}{2\rho g}$$

Оценим данное выражение для воды (ε = 81 >> 1), $E = 10^4$ В/м

h = 4 мкм.

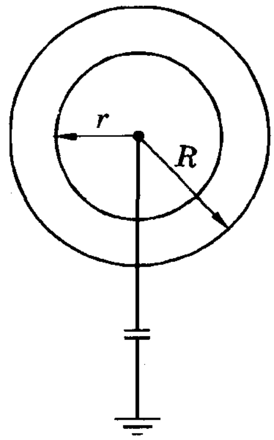
Видно, что рассматриваемый эффект незначителен.

5. Внутри тонкостенной металлической сферы радиуса R = 20 см находится металлический шар радиуса r = 10 см, имеющий общий центр со сферой. Шар через отверстие в сфере соединен с помощью очень длинного провода с Землей (см. рис.). На внешнюю сферу помещен заряд $Q = 10^{-8}$ Кл. Вычислить потенциал этой сферы и емкость полученной системы проводящих тел.

Ответ: $\varphi_c=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{Q(R-r)}{R^2}=2.3\ 10^2$ В, $C=\dfrac{Q}{\varphi_c}=\dfrac{4\pi\varepsilon_0R^2}{R-r}$ = 44 пФ.

Решение. Потенцмал сферы при отсутствии заряда на шаре равен

$$\varphi_{0c}=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0R}=450\text{ В.}$$



При соединении шара с Землей его потенциал станет равным нулю, а на него перетечет некоторый заряд q. Заряд Q, равномерно распределенный на сфере, не создает поля внутри него, поле внутри сферы определяется только зарядом шара q, разность потенциалов между шаром и сферой равна

$$\Delta\varphi=\varphi_ш-\varphi_c=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{r}-\frac{q}{R}\right)$$

Поле вне сферы такое, как если бы все заряды были бы расположены в центре сферы. Поэтому потенциал сферы после соединения шара с Землей равен

$$\varphi_c=\frac{q+Q}{4\pi\varepsilon_0R}\qquad(1)$$

а потенциал шара

$$\varphi_{ш} = \varphi_c + \Delta\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q+Q}{R} + \frac{q}{r} - \frac{q}{R}\right) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q}{R} + \frac{q}{r}\right) = 0$$

откуда следует, что

$$q = -Q\frac{r}{R} \qquad (2)$$

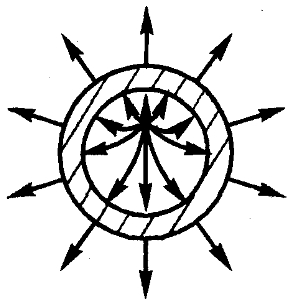
Подставляя (2) в (1) получаем

$$\varphi_c = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q - Q\frac{r}{R}}{R} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q(R-r)}{R^2} = 225 \text{ В}$$

Электрическая емкость полученной системы равна

$$C = \frac{Q}{\varphi_c} = \frac{4\pi\varepsilon_0 R^2}{R-r} = 44 \text{ пФ.}$$

6. Внутри полой проводящей незаряженной сферы радиуса R помещен (не обязательно в центре) маленький шарик с положительным зарядом Q. 1) Какие заряды индуцируются на сфере? Как они распределяются по ней? 2) Как выглядят силовые линии электрического поля? Чему равен потенциал φ сферы? 3) Будет ли поле действовать на другой точечный положительный заряд q вне сферы на расстоянии r от ее центра? Если будет, то с какой силой? 4) Как изменятся распределение зарядов и поле, если сферу заземлить? Считать $q \ll Q$.



Ответы представлены по ходу решения.

Решение. 1) На внутренней поверхности сферы индузируется отрицательный заряд, на внешней – равный ему положительный. Все силовые линии, выходящие из заряженного шарика, заканчиваются на внутренней поверхности сферы (внутри проводника поле отсутствует), значит индуцированные заряды по модулю равны Q. На внутренней поверхности сферы заряд распределяется неравномерно (см. рис.). По внешней же поверхности сферы заряд Q распределится равномерно, поскольку поле от зарядов, расположенных внутри сферы и на ее внутренней поверхности не выходит наружу.

2) Вид силовых линий показан на рис. Поле вне сферы совпадает с полем точечного заряда Q, расположенного в ценре сферы, поэтому

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

3) По той же причине на точечный заряд вне сферы будет действовать сила отталкивания

$$F = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

Эта сила не меняется при перемещениях шарика внутри сферы. Фактически заряд q взаимодействует не с шариком, а с зарядами, индуцированными на внешней поверхности сферы

4) В результате заземления потенциал сферы обратится в нуль за счет стекания на Землю заряда с внешней поверхности сферы. Поле вне сферы при этом исчезнет. Распределение зарядов и поле внутри сферы не изменятся.