

Общеобразовательная школа №1189 им. И.В. Курчатова

# Цепи ПОСТОЯННОГО ТОКА

Составитель: Бойченко А.М.

Пособие по физике, 10 класс

электродинамика, ч. 2

цепи постоянного тока

Москва 2010



Применения газовых разрядов.....	18
2.4 Ток в вакууме .....	18
Диод.....	18
Катодные лучи.....	19
2.5 Ток в полупроводниках .....	19
Собственная проводимость.....	20
Примесная проводимость.....	20
Донорная примесь.....	20
Акцепторная примесь.....	21
Полупроводниковый диод.....	21
Транзисторы.....	21
Другие применения полупроводников.....	22
Примеры решения задач .....	23

## 2.1 Ток в металлах

Произвольная конфигурация проводников называется *электрической цепью*. При подаче напряжения на какой-либо участок цепи (замыкании цепи) в каких-либо ее участках (или во всей цепи) возможно протекание токов.

**Электрический ток.** По аналогии с потоком и плотностью потока частиц (пособие по термодинамике т1) были введены поток и плотность потока заряда (т1.18). Электрический ток представляет собой направленное движение заряженных частиц и характеризуется *силой тока* (потоком заряда)

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} \quad (2.1)$$

представляющей собой заряд, переносимый через поперечное сечение проводника за единичный интервал времени. Величина  $\Delta q$  – алгебраическая, так что, например, если просто перемещать нейтральный кусок провода в пространстве, то сила тока будет равна нулю, поскольку в силу нейтральности через любую площадку будет проходить одинаковый положительный и отрицательный заряды ( $\Delta q = 0$ ). Если сила тока со временем не меняется, то ток называется *постоянным*. Направление тока определяется направлением движения положительно заряженных частиц или если таких частиц нет (например, в металлах ток проводится свободными электронами), то направлением их движения, если бы они имелись в наличии.

*Плотность электрического тока* (плотность потока заряда) согласно (т1.18) составляет

$$j = \frac{I}{S} = qnv \quad (2.2)$$

где  $q$  – заряд частиц, переносящих ток,  $n$  – их концентрация. В металлах переносчиками тока являются свободные электроны ( $q = e$ ), их концентрация примерно равна концентрации атомов (см. оценки в пособии по газовым законам,  $n \approx 3 \cdot 10^{22} \text{ см}^{-3}$ ). При токе 1 А и сечении проводника  $1 \text{ мм}^2$  скорость упорядоченного движения электронов составляет по порядку величины

$$v = \frac{I}{enS} \approx 10^{-4} \text{ м/с} \quad (2.3)$$

**Силовые линии напряженности электрического поля в проводнике с током.** При замыкании цепи ток почти мгновенно начинает протекать на всем ее протяжении. Это происходит за счет быстрого распространения напряженности электрического поля в проводнике (носители тока движутся очень медленно (2.3)). Сила тока в каждом сечении провода постоянна, это означает, что в каждом сечении одинаковой должна быть напряженность электрического поля. Данное обстоятельство не должно зависеть от формы провода, например, от его изгибов. Таким образом, линии напряженности электрического поля в проводах должны повторять их форму (рис. 2.1), т.е. они

параллельны поверхности проводника.

Параллельность обеспечивается появлением поверхностного заряда на проводнике. Если в какой-то момент времени нарушается параллельность линий напряженности поверхности проводника, то это приводит к появлению поперечной составляющей скорости движения зарядов и, соответственно, к появлению поверхностного заряда. При изгибе проводов поверхностная плотность заряда меняется таким образом, чтобы восстановить параллельность линий напряженности электрического поля.

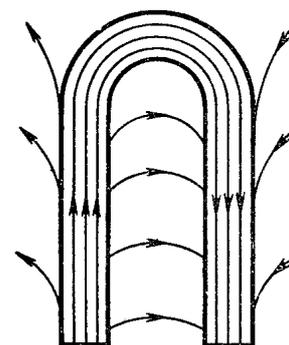


рис. 2.1

Источником поля в проводнике является заряд полюсов источника питания. Однако, например, в линиях электропередач в несколько сотен километров, он не может создавать поле в проводниках на всем его протяжении. Эту роль, т.е. создание и поддержание электрического поля в проводнике на всем его протяжении, выполняет поверхностный заряд. Плотность поверхностного заряда по мере удаления от источника напряжения постепенно уменьшается.

**Сопротивление.** При подаче напряжения на проводник, в нем возникает электрическое поле (см. предыдущий п.), под действием которого свободные носители начинают движение, и появляется ток в цепи. Однако, носители тока движутся с постоянной скоростью (см., например, (2.3)), а не с ускорением, т.е. они испытывают при своем движении торможение, причем сила торможения равна по величине и противоположна направлению электрической силе. Это торможение (или сопротивление) при движении вызвано рассеянием носителей тока на частичках среды (в металлах оно вызвано рассеянием свободных электронов на ионах кристаллической решетки).

**Закон Ома для участка цепи.** При описании электрических цепей вводится параметр, характеризующий данное торможение (сопротивление) носителей тока при своем движении, называемый *сопротивлением*  $R$  и представляющий собой коэффициент пропорциональности между напряжением  $U$  и силой тока  $I$  на этом участке цепи

$$U = RI \quad (2.4)$$

Элемент электрической цепи, характеризующий наличие сопротивления, называется также сопротивлением или *резистором*.

**Мощность в электрической цепи.** Пусть мы имеем некоторый участок цепи, через который идет ток  $I$  и напряжение на котором равно  $U$ . Работа по перемещению зарядов на этом участке за время  $dt$  будет определяться (1.20) как

$$dA = dqU = \frac{dq}{dt} U dt = IU dt$$

Таким образом, потребляемая этим участком электрическая мощность равна

$$P = \frac{dA}{dt} = IU \quad (2.5)$$

**Закон Джоуля-Ленца.** Если рассматриваемый участок цепи представляет собой резистор, то используя (2.4) получаем, что потребляемая в этом случае мощность (2.5) равна

$$P = UI = \frac{U^2}{R} = I^2 R$$

Работа по перемещению зарядов расходуется в этом случае на выделение тепла в резисторе

$$Q = A = Pt = UI t = \frac{U^2}{R} t = I^2 R t \quad (2.6)$$

что и составляет содержание *закона Джоуля-Ленца*.

**Э.д.с.** Для протекания тока на каком-либо участке электрической цепи необходимо наличие на нем разности потенциалов (2.4) или, что тоже самое, электрического поля. Различные участки при их объединении образуют замкнутую цепь. Но как мы видели (см. пособие по электростатике) электрическое поле потенциально, поэтому работа поля вдоль замкнутого пути равна нулю (1.20), соответственно, и разность потенциалов равна нулю. То есть электростатическое поле само по себе не может быть источником напряжения вдоль замкнутого контура, кроме того, перемещение заряда по цепи сопровождается выделением тепла (2.6) или затратами энергии. Таким образом, в замкнутой цепи должен быть элемент не электростатической природы, служащий источником напряжения (и энергии). Такой источник называется *электродвижущей силой* (э.д.с.), а силы, осуществляющие движение вдоль замкнутой цепи – *сторонними*. Например, в гальванических элементах (аккумуляторах) природа этих сил – химическая (см. следующий п.), в генераторах переменного тока – магнитная (см. пособие по переменному току). Итак, э.д.с. характеризует действие сторонних (непотенциальных) сил в цепи и численно равна работе этих сил по перемещению единичного положительного заряда вдоль замкнутого контура. Э.д.с. источника равна электрическому напряжению на его зажимах при разомкнутой цепи. В замкнутой цепи она определяет силу тока в цепи при заданном ее сопротивлении (2.11).

**Гальванический элемент.** Первым источником э.д.с., открывшим возможность широкого изучения и использования электрического тока, явился *гальванический элемент*, в котором энергия, выделяемая в цепи тока, получается за счет энергии, высвобождающейся при протекании химических реакций, сопровождающих работу элемента.

Для создания гальванического элемента использовалось открытое Гальвани и Вольтой явление разделения зарядов на границе соприкосновения различных проводников, приводящее к возникновению э.д.с. Это разделение происходит в результате перехода электронов от одних химических элементов к другим, переходов, при которых электроны приобретают более низкую потенциальную энергию (что определяется разностью *электрохимических потенциалов*).

Однако, если использовать *проводники первого рода*, в которых прохождение тока не вызывает химических реакций (например, металлы, уголь), то в замкнутой цепи, состоящей из произвольного числа таких проводников, результирующая э.д.с. равна нулю (*правило Вольты*). Поскольку состояние системы не меняется, то закон сохранения энергии запрещает протекание стационарного тока в такой системе. Действительно, в цепи из проводников первого рода есть несколько мест соприкосновения проводников, в каждом из которых возникают э.д.с., отличающиеся по направлению и знаку, так что общая э.д.с. оказывается равной нулю.

Создание гальванического элемента возможно при использовании *проводников второго рода* (или *электролитов*), т.е. проводников, в которых электрический ток приводит к химическим превращениям. Если внутренняя (химическая) энергия будет уменьшаться в результате таких превращений, то за их счет возможно поддержание тока в цепи.

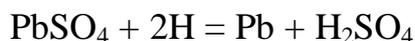
Большинство металлов при соприкосновении с электролитами заряжаются отрицательно. При опускании металла (металлического *электрода*) в кислоту происходит частичное растворение металла. Степень растворения определяется устанавливаемым равновесием, при котором число растворяемых ионов уравнивается числом ионов, осаждаемых на электрод из раствора. В раствор переходят положительные ионы металла, избыточные же электроны остаются в металле и заряжают его отрицательно. Разделение зарядов приводит к разности потенциалов между металлом и раствором. Если в электролит опустить электроды из разных металлов, то разность потенциалов между одним из электродов и раствором будет отличаться от разности потенциалов между другим электродом и раствором. В результате между электродами возникает разность потенциалов. Например, при использовании цинкового и медного электродов, погруженных в серную кислоту (либо в цинковый и, соответственно, медный купорос) между медью и цинком возникает разность потенциалов приблизительно равная 1.1 В. Если электроды соединить проволокой, то электроны начнут переходить по ней с цинкового электрода на медный. Соответственно, будет происходить постепенное накопление раствора ионами цинка (растворение цинкового электрода) с последующим осаждением солей цинка и обеднение ионами меди, которые будут осаждаться на медный электрод, компенсируя заряд постоянно прибывающих на него электронов. Для увеличения срока службы такого элемента необходимо укрупнять цинковый электрод и помещать в раствор кристаллы  $\text{CuSO}_4$ , которые по мере работы гальванического элемента будут растворяться и пополнять уходящие из раствора ионы меди.

*Аккумулятор.* Из предыдущего рассмотрения следует, что при опускании в электролит одинаковых электродов напряжения между ними не возникает. Если же через электроды пропустить ток, то электроды могут перестать быть идентичными. Например, при опускании свинцовых электродов в водный раствор серной кислоты (15-20%) электроды покрываются слоем сернокислого

свинца ( $\text{PbSO}_4$ ). При пропускании тока на один из электродов идут ионы  $\text{SO}_4^{2-}$ , превращая его в перекись свинца



а к другому электроду идут ионы  $\text{H}^+$ , восстанавливая на нем металлический свинец



В результате пропускания тока электроды становятся различными. Электрод с перекисью свинца становится анодом, электрод с металлическим свинцом – катодом. В процессе пропускания тока через описанные элементы в них запасается (аккумулируется) энергия, поэтому они называются *аккумуляторами*. Сам процесс пропускания тока называется *зарядкой аккумулятора*. После зарядки аккумулятора его можно использовать в качестве источника э.д.с. По мере уменьшения э.д.с. в результате эксплуатации, его следует подзаряжать, причем подзарядку можно повторять много раз.

**Первое правило Кирхгофа.** Место, в котором соединяются два или более проводника в цепи называется *узлом*. Суммарный заряд, входящий в узел, должен равняться суммарному заряду, выходящему из него, в противном случае заряд узла рос бы неограниченно (что, например, приводило бы к механическому взрыву узла). Из определения тока (2.1) получаем, следовательно, что сумма токов, входящих в произвольный узел, должна равняться сумме токов, выходящих из него

$$\sum_{i=1}^n I_i^{\text{ВХ}} = \sum_{k=1}^m I_k^{\text{ВЫХ}} \quad (2.7)$$

Данное утверждение составляет собой содержание *первого правила Кирхгофа*.

**Второе правило Кирхгофа.** Работа по перемещению заряда электрическим полем вдоль контура между зажимами э.д.с.  $A = -q\Delta\phi$  (1.20) равна работе сторонних сил внутри э.д.с. Деля на  $q$ , с учетом определения э.д.с., получаем

$$\varepsilon = \frac{A}{q} = -\Delta\phi = U$$

Если контур цепи не разветвленный, то между зажимами э.д.с. может располагаться произвольное число элементов цепи. Тогда напряжение между зажимами э.д.с. будет равно сумме напряжений на этих элементах

$$\varepsilon = \sum_{i=1}^n U_i$$

Если, кроме того, в этом контуре располагается несколько э.д.с., то приведенное соотношение легко модифицируется

$$\sum_{k=1}^m \varepsilon_k = \sum_{i=1}^n U_i \quad (2.8)$$

В произвольной цепи данное соотношение справедливо для любого *простого контура* (т.е. контура без самопересечений) внутри цепи. Уравнение (2.8) составляется следующим образом

1. Выбирается произвольный простой контур внутри цепи.
2. Выбирается произвольное направление обхода контура.
3. Входящие в контур э.д.с. записываются с учетом выбранного направления обхода. Если э.д.с. способствует прохождению тока вдоль выбранного направления, то это э.д.с. записывается в левой части со знаком плюс, в противном случае – со знаком минус.
4. Если падение напряжения на каком-то участке контура происходит вдоль выбранного обхода, то оно записывается в правой части со знаком плюс, в противном случае – со знаком минус.

Соотношение (2.8) представляет собой *второе правило Кирхгофа*. Отметим, что входящие в соотношение (2.8) величины являются алгебраическими. Не нужно проводить никакого предварительного исследования знаков падения напряжения. Допустим, мы решили, что в  $i$ -м элементе (например, сопротивлении) ток направлен против направления обхода контура, тогда в правой части (2.8) вклад этого элемента следует записать в виде слагаемого « $U_i = -R_i I_i$ ». После решения уравнений если величина  $I_i$  оказалась положительной, то мы угадали направление тока на данном участке, если отрицательной, то на самом деле направление тока на данном участке будет противоположно выбранному.

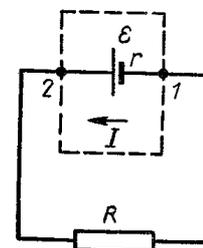
**Закон Ома для замкнутой цепи.** Источник э.д.с. может также иметь сопротивление, называемое *внутренним сопротивлением э.д.с.* Подсоединим к такому э.д.с. внешнюю нагрузку с сопротивлением  $R$  (рис. 2.2). Работа по перемещению заряда сторонними силами будет расходоваться на выделение тепла на внешнем и внутреннем сопротивлении цепи (2.6)

$$\varepsilon I t = I^2 R t + I^2 r t$$

или

$$\varepsilon = I(R + r)$$

рис. 2.2



что формально совпадает со вторым правилом Кирхгофа для рассматриваемой цепи, если учесть, что падение напряжения на внутреннем сопротивлении составляет  $rI$ . Соотношение (2.9) представляет собой *закон Ома для замкнутой цепи*. Итак, если э.д.с. не подсоединена к электрической цепи, то падение напряжения на источнике э.д.с. (на зажимах источника) равно э.д.с. источника

$$U = \varepsilon \quad (2.10)$$

Если же э.д.с. подсоединена к электрической цепи, то падение напряжения на источнике э.д.с. равно

$$U = \varepsilon - Ir \quad (2.11)$$

**Идеальный генератор напряжения.** Генератор напряжения называется *идеальным*, если напряжение на нем не зависит от конкретного вида цепи (нагрузки), в которую он входит.

**Идеальный генератор тока.** Генератор тока называется *идеальным*, если ток, проходящий через него, не зависит от конкретного вида цепи (нагрузки), в которую он входит.

**Зависимость сопротивления проводника от температуры.** При нагревании резистора будет меняться значение его сопротивления (нагревание резистора может происходить и при прохождении по нему тока в силу закона Джоуля-Ленца). Согласно опытным данным относительное его изменение

$$\frac{R(t) - R_0}{R_0} = \frac{\Delta R}{R_0} = \alpha \Delta t \quad (2.12)$$

прямо пропорционально изменению температуры, коэффициент пропорциональности  $\alpha$  называют *температурным коэффициентом сопротивления*. Для чистых металлов температурный коэффициент сопротивления совпадает с температурным коэффициентом расширения газов.

Для проводников  $\alpha > 0$  и незначительно меняется при изменении температуры. Зависимость сопротивления от температуры используются в *термометрах сопротивления*. Такие термометры позволяют измерять температуру в условиях, в которых обычные жидкостные термометры неприменимы (очень низкие или высокие температуры). В случаях, когда эта зависимость нежелательна (например, контрольно-измерительные приборы, эталонные сопротивления) используют сплавы, температурный коэффициент которых очень мал, а удельное сопротивление велико (например, константан).

**Сверхпроводимость.** Явление, открытое голландским ученым Г. Камерлинг-Оннесом (1911). При охлаждении ртути ниже 4.15 К ее сопротивление резко падало до нуля. Долгое время применительно к данному явлению изучались простые металлы, двойные и тройные интерметаллиды. Рекордное значение *критической температуры*, т.е. температуры, ниже которой наблюдается явление сверхпроводимости, составило к первой трети 1970-х гг 23.2 К ( $\text{Nb}_3\text{Ge}$ ), т.е. рост критической температуры в историческом контексте исследований составлял примерно 0.3 К/г. С середины 1970-х гг обратили на себя внимание металлоксидные сверхпроводники – к 1990 г. температура сверхпроводящего перехода была поднята до 125 К ( $\text{Tl}_2\text{Ba}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_{10-\delta}$ ), сейчас она составляет около 140 К (ртутные соединения).

**Результирующее сопротивление при последовательном соединении сопротивлений.** Пусть у нас имеется  $n$  последовательно соединенных сопротивлений (рис. 2.3). Можно ли заменить их одним сопротивлением и если можно, то каково должно быть его значение  $R$ ?

Рассмотрим результирующее падение напряжения. Имеем

$$U = \varphi_1 - \varphi_0 = (\varphi_1 - \varphi_2) + (\varphi_2 - \varphi_3) + \dots + (\varphi_n - \varphi_0) = U_1 + U_2 + \dots + U_n$$

В силу первого правила Кирхгофа (2.7) через каждое из сопротивлений протекает один и тот же ток  $I$ . Используя для каждого из сопротивлений закон Ома (2.4) для участка цепи  $U_i = IR_i$ , получаем

$$U = U_1 + U_2 + \dots + U_n = IR_1 + IR_2 + \dots + IR_n = I(R_1 + R_2 + \dots + R_n) = IR$$

Поскольку ток отличен от нуля, из последнего равенства следует, что последовательное соединение резисторов действительно можно заменить одним, причем

$$R = R_1 + R_1 + \dots + R_1 = \sum_{i=1}^n R_i \tag{2.13}$$

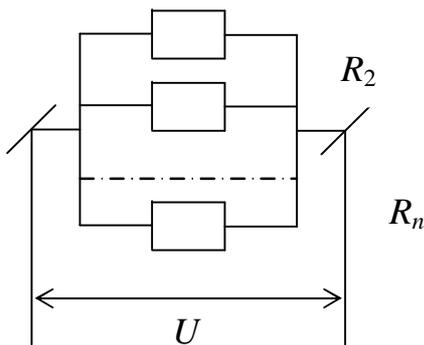


рис. 2.4

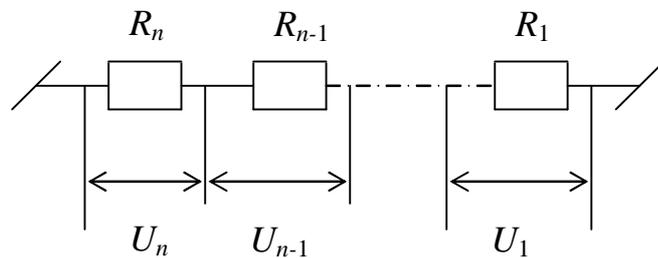


рис. 2.3

**Результирующее сопротивление при параллельном соединении сопротивлений.** При параллельном соединении напряжение на каждом резисторе одно и то же  $U = U_i$  (рис. 2.4). В силу первого правила Кирхгофа (2.7) ток  $I$ , протекающий через параллельное соединение равен сумме токов  $I_i$ , протекающих через каждое из сопротивлений

$$I = I_1 + I_1 + \dots + I_1 = \sum_{i=1}^n I_i \tag{2.14}$$

Используя для каждого из сопротивлений закон Ома (2.4) для участка цепи  $U = U_i = IR_i$ , получаем из (2.14)

$$\frac{U}{R} = I = \sum_{i=1}^n I_i = \sum_{i=1}^n \frac{U_i}{R_i} = U \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}$$

Поскольку напряжение отлично от нуля, из последнего равенства следует, что параллельное соединение  $n$  резисторов действительно можно заменить одним, причем его значение  $R$  определяется как

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i} \tag{2.15}$$

**Удельное сопротивление.** Возьмем  $n$  одинаковых проводников с сопротивлением  $r$  в виде проволочек длины  $l$  с поперечным сечением  $s$ . При последовательном соединении проволочек получаем из (2.13)

$$R = nr = \frac{r}{l} L \propto L$$

где  $L$  – общая длина всех проволочек. При параллельном соединении проволочек получаем из (2.15)

$$R = \frac{r}{n} = \frac{rs}{S} \propto \frac{1}{S}$$

где  $S$  – общее поперечное сечение всех проволочек. Таким образом, если мы имеем некоторый проводник длины  $L$  с поперечным сечением  $S$ , то его сопротивление должно представляться в виде

$$R = \rho \frac{L}{S} \quad (2.16)$$

Величина  $\rho$  называется *удельным сопротивлением проводника*.

**Удельная проводимость.** Величина, обратная удельному сопротивлению, называется *удельной проводимостью*

$$\rho = \frac{1}{\sigma} \quad (2.17)$$

Эта величина характеризует связь плотности тока с напряжением электрического тока

$$j = \frac{I}{S} = \frac{U}{RS} = \frac{EL}{RS} = \frac{E}{\rho} = \sigma E \quad (2.18)$$

**Реостат.** Резистор с переменным сопротивлением называется *реостатом*. Простейший реостат представляет собой катушку из проволоки с большим удельным сопротивлением. Движущийся ползунок позволяет регулировать длину проволоки, через которую протекает ток, тем самым регулируя значение сопротивления участка цепи, в которую включен реостат.

## 2.2 Ток в жидкостях

Не все жидкости проводят электрический ток. Как и твердые тела, жидкости могут быть проводниками, диэлектриками и полупроводниками. Например, дистиллированная (без примесей, хорошо очищенная вода) вода обладает очень малой проводимостью. Уже при добавлении небольшого количества солей проводимость существенно возрастает.

Как молекулы солей, так и молекулы воды являются дипольными. При растворении солей в воде, молекулы воды окружают молекулы соли (рис. 2.5) и растаскивают ее на ионы, т.е. происходит ее *диссоциация*. Данный процесс называется *электролитической диссоциацией*. Полная диссоциация, как правило, не происходит, поскольку наравне с диссоциацией происходят процессы *рекомбинации*, т.е. объединение ионов в нейтральные молекулы.

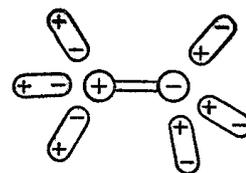


рис. 2.5

Таким образом, носителями тока в электролитах являются ионы. Такая проводимость называется *ионной* (жидкости, например, жидкие металлы, могут обладать и электронной проводимостью). При опускании электродов в электролит и подаче на них напряжения, положительно заряженные ионы начинают двигаться к отрицательно заряженному электроду (*катод*), а отрицательно заряженные ионы – к положительно заряженному электроду (*анод*), в цепи возникает ток. Следствием этого является выделение на электродах веществ, называемое *электролизом*.

Электролиз нашел широкое применение в промышленности. При помощи электролиза получают алюминий из расплава бокситов, осуществляется очистка металлов от примесей – в результате электролиза происходит растворение металлов и осаждение примесей на дно. Электролиз используется для нанесения тонких слоев металла на поверхности другого металла (никелирование, хромирование, омеднение и т.д.), в полиграфической промышленности. На основе электролиза Б.С. Якоби разработал метод отслаиваемых покрытий (*гальванопластики*), использовавшийся им, например, для изготовления полых фигур для Исаакиевского собора в Санкт-Петербурге (1836).

**Первый закон Фарадея.** При протекании тока в электролитах переносящие ток ионы достигают электродов и выделяются на нем. Масса выделившегося вещества  $m$  пропорциональна току  $I$ , проходящему через электрод, и времени действия тока  $t$

$$m = kIt = kq \quad (2.19)$$

где  $q$  – заряд, прошедший через электрод. Коэффициент пропорциональности  $k$  называется *электрохимическим эквивалентом*.

**Второй закон Фарадея.** В электролитах ток переносится ионами, поэтому масса, выделяющаяся на электродах, будет пропорциональна массе иона (или его молярной массе  $\mu$ ) и обратно пропорционально заряду иона носителя  $q_n$  (или его валентности  $n$ ). Сравнивая с (2.19) получаем, что электрохимический эквивалент

$$k = \frac{1}{F} \frac{\mu}{n} \quad (2.20)$$

пропорционален *химическому эквиваленту* ( $\mu/n$ ), что и составляет содержание *второго закона Фарадея*. Величина  $F$  называется *постоянной Фарадея*.

Соотношение (2.19) принимает вид

$$m = \frac{1}{F} \frac{\mu}{n} q$$

С учетом того, что  $m = \mu\nu$ , а  $q = q_n\nu N_A$ , где  $N_A$  – число Авогадро,  $\nu$  – число молей выделившегося на электроде вещества, получаем выражение для  $F$

$$F = q_n \frac{N_A}{n} \quad (2.21)$$

Зная постоянную Фарадея (из экспериментального исследования явления электролиза) и число Авогадро можно найти элементарный заряд

$$e = \frac{q_n}{n}$$

## 2.3 Ток в газах

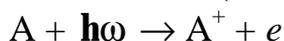
В обычных условиях газ представляет собой очень плохой проводник, поэтому приложение напряжения к газовому промежутку может не вызвать протекание тока. Для возникновения тока необходимо создать определенные условия, приводящие к появлению носителей тока. Только после этого может начаться протекание тока, называемое *газовым разрядом*.

**Несамостоятельный разряд.** Итак, для зажигания разряда необходим источник, создающий носители тока. Такой источник называется *ионизатором* (*внешним ионизатором*), а процесс, приводящий к появлению носителей тока, – *предыонизацией*.

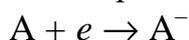
**Ионизация.** Ионизацию может вызвать простой подогрев газа. По мере увеличения газовой температуры растет энергия движущихся атомов (т1.29). Быстрые атомы при столкновениях могут выбивать электроны из атомов или молекул (А) газа, в результате чего в газе появляются ионы ( $A^+$ ) и электроны ( $e$ )



Ионизацию могут производить быстрые частицы ( $f$ ), например, электронные пучки, или кванты света ( $h\omega$ , см. пособие по началам квантовой механики)



Таким образом, в газах сочетается электронная и ионная проводимости. Молекулы некоторых газов (называемые *электроотрицательными*) хорошо захватывают электроны в процессах (*прилипания*)



В таких случаях проводимость за счет отрицательных ионов также может играть определенную роль.

Зависимости тока от напряжения на элементе называют *вольт-амперными характеристиками* (ВАХ).

По мере увеличения напряжения на газовом промежутке растет сила тока газового разряда (рис. 2.6). С некоторого момента все образующиеся заряженные частицы достигают электродов, в результате чего дальнейшее увеличение напряжения не приводит уже к росту тока (происходит *насыщение* тока). Наряду с процессами ионизации непрерывно протекают

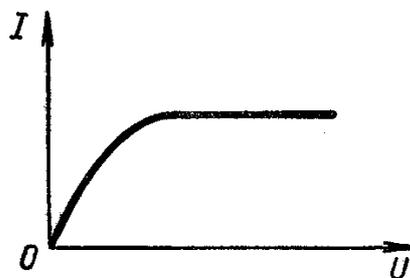
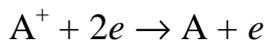


рис. 2.6. ВАХ несамостоятельного разряда



Если действие ионизатора прекращается, то прекращается и разряд. По этой причине он называется *несамостоятельным разрядом*.

**Самостоятельный разряд.** Однако, если напряжение повышать далее, то начиная с некоторого момента ток опять начинает расти (рис. 2.7). При повышении напряжения растет напряженность электрического поля, электроны в поле набирают энергию, достаточную для ионизации атомов или молекул газа. Начинается дополнительный рост носителей тока. Теперь внешний ионизатор становится уже ненужным. При его отключении разряд не гаснет, и, вследствие этого, называется *самостоятельным*.

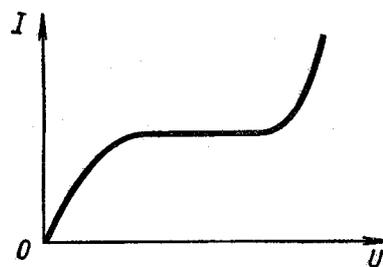


рис. 2.7

**Типы самостоятельного разряда. Тлеющий разряд.** При малых токах разряда (единицы-десятки мА) возможно возникновение условий, при которых основным источником электронов является процесс выбивания их с катода под действием бомбардировки катода положительными ионами. Давление газа в тлеющем разряде – от долей мм рт. столба до значений порядка атмосферного. По мере уменьшения давления газа зависимость потенциала внутри разряда все более приобретает характерную особенность (рис. 2.8) – резкое изменение потенциала вблизи катода (*темное катодное пространство*), сменяющееся на

плавное, занимающее почти все межэлектродное пространство (*положительный столб*). Параметры положительного столба почти не меняются на всем его протяжении. Энергию, достаточную для выбивания с катода электронов, ионы приобретают в области катодного падения потенциала.

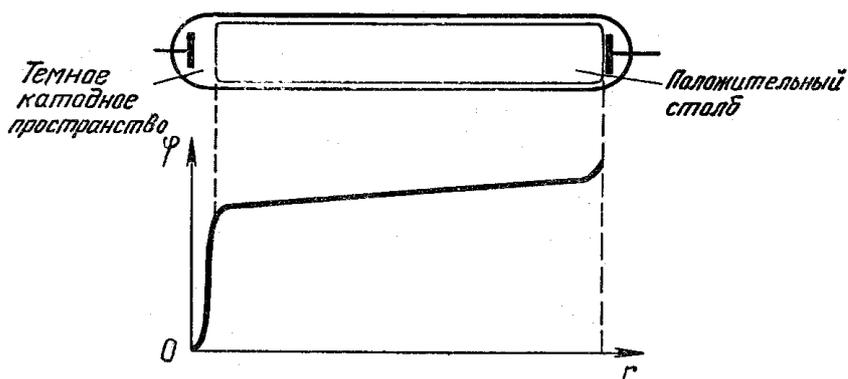


рис. 2.8

**Емкостной разряд.** Характеристики емкостного разряда близки к характеристикам тлеющего разряда. Лампы тлеющего разряда представляют собой прозрачные для излучения трубки с введенными внутрь колбы

электродами, а в лампах емкостного разряда электроды располагаются снаружи трубки и не контактируют с активной средой, что исключает протекание постоянного тока, но обеспечивает высокий срок службы смеси. Характерный радиус ламп обоих типов 1-4 см, длина – от десяти до нескольких десятков сантиметров. На электроды емкостных эксиламп подается высокочастотное напряжение с частотой от единиц до нескольких сотен кГц и амплитудой 2-5 кВ, характерные величины тока через разрядный промежуток составляют единицы-десятки мА. В случае ламп тлеющего разряда питание может осуществляться как высоковольтными импульсами, так и постоянным током, а величины тока могут достигать сотен мА.

*Барьерный разряд.* Обычно один или оба близкорасположенных (межэлектродное расстояние порядка или менее 1 см) электрода покрыты диэлектриком. В силу этого стационарное протекание тока невозможно. Разряд возникает при подаче переменного напряжения (с амплитудой в несколько киловольт) на электроды, давление газа от 0.1 до 1.5 атм, частоты следования импульсов от 50 Гц до нескольких МГц. В типичных условиях барьерный разряд распадается на множество микроразрядов (рис. 2.9: вид сверху, яркие точки – ножки «грибов») различной формы (нитевидные, цилиндрические, грибообразные). Их форма, плотность, интенсивность свечения зависят как от параметров разрядной ячейки – величины газового зазора, давления и состава газового наполнения, толщины и диэлектрической проницаемости используемого диэлектрика, так и от характеристик источника питания – амплитуды, формы и частоты следования импульсов напряжения. При возбуждении барьерного разряда, рабочей средой которого являются тяжелые инертные газы или их смеси с галогенами при давлениях сотни Торр, в оптимальном режиме реализуется разряд с присутствием микроразрядов грибообразной формы (рис. 2.10), причем если площади электродов сопоставимы, то расширение наблюдается у анода. При типичных для барьерного разряда условиях отношение  $j/p^2$  ( $j \sim 100-1000 \text{ А/см}^2$  – плотность тока в канале микроразряда,  $p \sim 1 \text{ атм}$  – давление газа) оказывается близким к величинам нормальной плотности тока тлеющего разряда.

*Коронный разряд.* При давлении порядка атмосферного и подаче потенциала (напряжения) на проводник, вблизи острых выступов может наблюдаться свечение, напоминающее корону, что и определило название разряда. При атмосферном давлении напряженность электрического поля, при

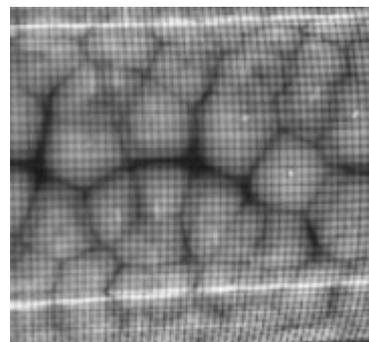


рис. 2.9

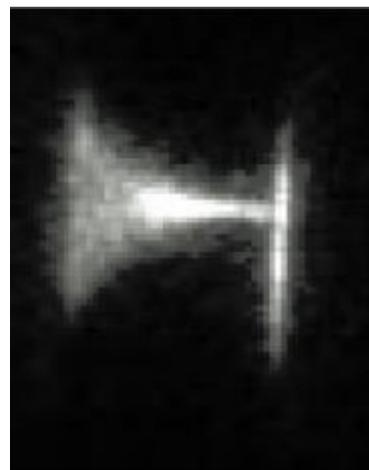


рис. 2.10

котором начинается протекание разряда в воздухе, составляет примерно 30 кВ/см. При наличии напряжения плотность заряда, а, следовательно, и напряженность электрического поля растет с уменьшением радиуса острия. При достижении пробойного значения начинается протекание тока. Напряженность электрического поля быстро падает по мере удаления от поверхности проводника, поэтому свечение наблюдается в ограниченной области пространства.

При грозовой активности вблизи поверхности земли индуцируются заряды и на остриях и острых углах нередко можно увидеть кисточки света коронного разряда. В естественных условиях коронный разряд известен также под названием *огней святого Эльма*.

*Искровой разряд*. При подаче определенного напряжения на электроды (*напряжения пробоя*) возникает *искровой разряд*, представляющий собой пучок ярких зигзагообразных полосок, разветвляющихся из тонкого канала. Во время протекания тока проводимость газа резко увеличивается за счет наработки ионов, вследствие чего напряжение падает и разряд прекращается. Далее напряжение начинает снова расти, после чего опять наступает разряд и т.д.

*Молния* представляет собой гигантский искровой разряд. Возникает либо между двумя облаками, либо между облаком и Землей, напряжения между которыми составляют сотни МВ. Характерные длины – несколько километров. При ударе молнии выделяется энергия порядка 1-10 ГДж, температура газа искрового канала порядка 25000 К, плотность электронов –  $1-5 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$ . Вспышка молнии может длиться в несколько стадий, длительность каждой из которых составляет порядка нескольких микросекунд.

*Четочная молния*. Очень редкий вид молнии. После исчезновения линейного искрового канала в некоторых местах остаются светящиеся области, напоминающие бусины или четки, располагающиеся вдоль исчезнувшего канала как на нитке, что и определило название разряда. Наименьшее расстояние между четками порядка размеров самих четок, общее их количество может быть и малым – от нескольких до десяти. Время жизни четок не превышает 1-2 секунд.

*Шаровая молния*. Тоже редкий вид молнии, но встречается гораздо чаще четочной. Представляет собой яркое, светящееся образование, медленно перемещающееся в воздухе. Диаметр 10-20 см, время жизни может достигать до минуты. Обычно возникает во время грозовой активности в электрических устройствах (например, радиоточки, розетки и т.д.), в момент удара молнии и т.п., но может появляться и в ясную, солнечную погоду безотносительно к наличию электрических устройств.

*Дуговой разряд*. При больших плотностях тока появление электронов в разряде возможно вследствие *термоэлектронной эмиссии*, представляющей собой испускание электронов при нагревании вещества (катода) до большой температуры. При зажигании разряда начальное сопротивление разрядного промежутка велико, что приводит, вследствие закона Джоуля-Ленца, к

сильному разогреву среды и электродов. Термоэлектронная эмиссия электронов с катода служит источником электронов для горения разряда. Между электродами возникает столб ярко светящегося газа – электрическая дуга (впервые получена В.В. Петровым (1802)). Высокая температура катода после зажигания разряда поддерживается за счет его бомбардировки положительными ионами. При мощных разрядах могут использоваться угольные электроды во избежание их плавления. Тлеющий и искровой разряды при увеличении силы тока и/или мощности источника могут трансформироваться в дуговой разряд.

*Применения газовых разрядов.* Тлеющий разряд широко применяется в лампах дневного света, в рекламных трубках. Как мощный источник света дуговой разряд широко используется в прожекторах, проекционных аппаратах. Как мощный источник теплоты, дуговой разряд используется для сварки металлов, в электропечах. В зависимости от типа разряда можно широко варьировать параметры ламп, что позволяет использовать их в различных приложениях: биологии, медицине, экологии, аналитической химии, стимулировании фотохимических и фотофизических процессов (например, фотолитической обработке металлических, полупроводниковых и диэлектрических слоев, очистке поверхностей), микроэлектронике, разрушении вредных органических веществ, уничтожении вредных бактерий и т.д.

## 2.4 Ток в вакууме

Если уменьшать давление газа, то число атомов и молекул в разрядном промежутке будет также уменьшаться. Соответственно, все труднее набирать носители тока. В пределе нулевого давления, когда в среде отсутствуют атомы и молекулы (*вакуум*) ток прекращается. Реально же ток прекращается раньше достижения нулевого давления. Ток в вакууме отсутствует при любой полярности напряжения, подаваемого на электроды.

*Диод.* Однако, можно искусственно создавать условия для появления носителей тока. Если мы нагреем один из электродов, то за счет термоэлектронной эмиссии он будет окружен «облаком» электронов. Если данный электрод будет катодом, то электроны начинают движение под действием электрического поля к аноду и в цепи появляется ток, если данный электрод будет анодом, то электроны не будут двигаться к отрицательно заряженному электроду (катоде), в результате ток будет отсутствовать. Такое поведение легло в основу создания лампового диода – устройства, пропускающего или не пропускающего ток в зависимости от

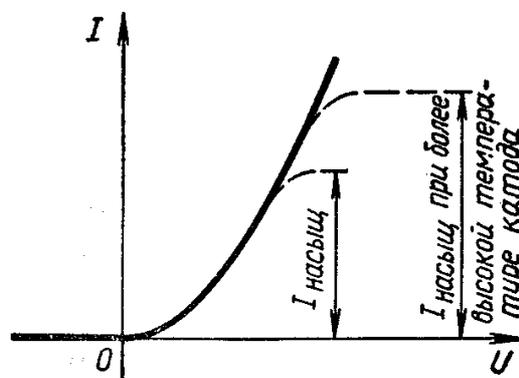


рис. 2.11

полярности прикладываемого напряжения. Вольт-амперная характеристика лампового диода представлена на рис. 2.11. Начиная с некоторого значения подаваемого на диод напряжения, ток выходит на насыщение. Это результат того, что все электроны, эмитируемые с катода, достигают анода. Если температуру катода увеличить, ток насыщения также увеличится.

**Катодные лучи.** Если в аноде сделать отверстие, то электроны, ускоренные в межэлектродном промежутке будут продолжать свое движение за анодом. Этот эффект используется для получения *пучков электронов* (рис. 2.12), называемых также *катодными лучами*.

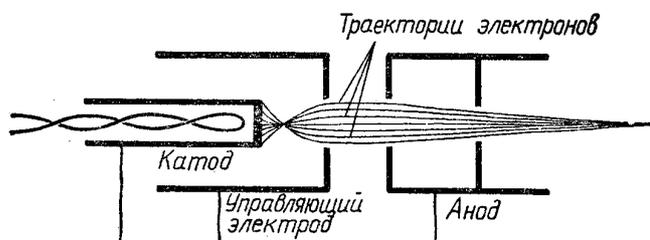


рис. 2.12

Пучки электронов в *электронно-лучевых трубках* (рис. 2.13) формируют изображения в телевизорах, мониторах компьютеров, осциллографах и т.д. Движущиеся электроны отклоняются в электрических и магнитных полях. За счет управляющих конденсаторов или катушек с током (см. пособие по однородным электрическим и магнитным полям) пучок можно направить в любую точку экрана, покрытого *люминофором*. Бомбардировка люминофора электронами вызывает его свечение. Изображение на экране электронно-лучевой трубки формируется при соответствующей модуляции электронного пучка.

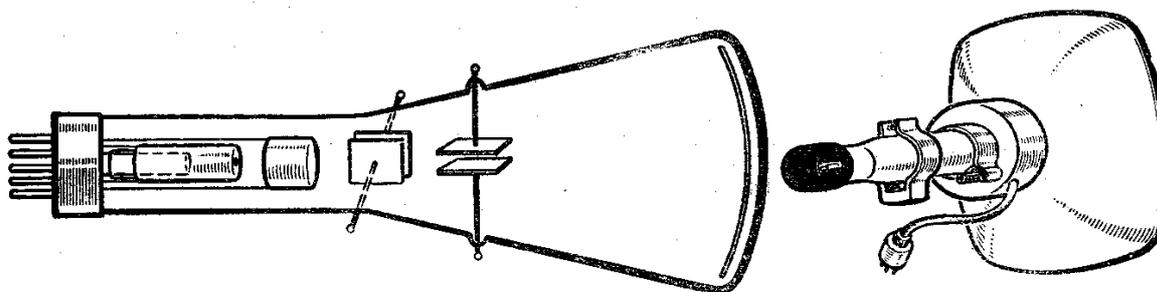


рис. 2.13

Пучки электронов используются также для плавления тугоплавких металлов. В месте фокусировки пучка осуществляется плавление металла в собственной матрице.

## 2.5 Ток в полупроводниках

У ряда элементов (кремний, германий) и соединений (PbS, CdS и др.) удельное сопротивление с ростом температуры не растет как у металлов (2.12), а уменьшается (рис. 2.14). Такие вещества называются *полупроводниками*. В

пределе нулевой температуры их сопротивление стремится к бесконечности, т.е. полупроводник становится фактически диэлектриком.

**Собственная проводимость.** Различие поведения удельного сопротивления металлов и полупроводников связано с характером связи между атомами и молекулами. Металлическое взаимодействие характеризуется слабой связью электронов с атомами металлов, в результате чего электроны коллективизируются и

сравнительно легко могут перемещаться по кристаллу, т.е. практически являются свободными. Взаимодействие в полупроводниках осуществляется с помощью парноэлектронной связи. Электроны также коллективизируются всем кристаллом, но их связь с атомами сильнее и при своем движении бо́льшую часть времени они проводят в пространстве между соседними атомами. При нагревании полупроводника рвется все более отдельных связей, все более электронов как в металлах становятся практически свободными. При разрыве связи на месте атома, отдавшего электрон кристаллу, образуется положительно заряженный ион, называемый *дыркой*. Дырка может захватить свободный электрон, парноэлектронная связь в данном месте восстанавливается, при этом появляется дырка в другом месте, т.е. происходит перемещение дырки. Отметим, что в результате таких перескоков электронов (т.е. перемещения дырки) перемещаются не сами ионы, а места расположения положительно заряженных ионов.

Проводимость полупроводников, обусловленная наличием свободных электронов, называется *электронной проводимостью*, проводимость же, обусловленная наличием дырок, называется *дырочной проводимостью*.

**Примесная проводимость.** Концентрацию носителей тока можно существенно увеличивать, вводя в полупроводник примеси. Например, при введении в германий одной десятимилионной доли атомов мышьяка концентрация электронов при комнатной температуре увеличивается с  $3 \cdot 10^{13}$  до  $10^{16} \text{ см}^{-3}$ .

**Донорная примесь.** Атомы мышьяка имеют пять валентных электронов. В кристаллической решетке германия каждый из атомов окружен четырьмя ближайшими соседями, связь между ними осуществляется четырьмя валентными электронами. При попадании атома мышьяка в кристаллическую решетку германия четыре из пяти валентных электронов атома мышьяка участвуют в его связи с окружающими атомами германия, а пятый валентный электрон оказывается слабосвязанным и становится свободным. Примеси, легко отдающие электроны (увеличивающие число свободных электронов), называются *донорными*, соответственно, такие полупроводники называются

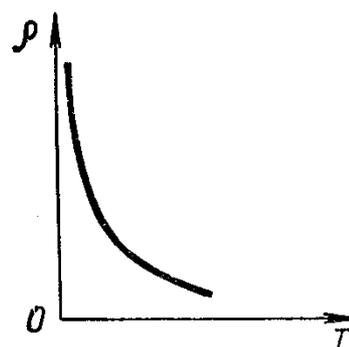


рис. 2.14

полупроводниками *n*-типа (*negative* – отрицательный). Основными носителями тока в полупроводниках *n*-типа являются электроны.

*Акцепторная примесь.* При введении индия (трехвалентный элемент) для полноценной связи с атомами германия не хватает одного валентного электрона. При захвате одного из коллективных электронов кристаллической решетки нормальная парноэлектронная связь восстанавливается, но появляется дырка. Такие примеси называются *акцепторными*, а полупроводники – полупроводниками *p*-типа (*positive* – положительный). Основными носителями тока в полупроводниках *p*-типа являются дырки.

*Полупроводниковый диод.* Рассмотрим контакт полупроводников двух типов, называемый *p-n-переходом*. Подсоединим анод источника напряжения к полупроводнику *p*-типа, а катод – к полупроводнику *n*-типа. При этом ток через *p-n*-переход будет осуществляться основными носителями: из области *n* в область *p* электронами, а из *p* в *n* – дырками, в силу чего протекание тока сильно облегчается (правая ветвь ВАХ, рис. 2.15). При обратной полярности подключения ток переносится не основными носителями, в силу чего протекание тока сильно затруднено (левая ветвь ВАХ, рис. 2.15). Видно, что качественно ламповый диод (рис. 2.11) лучше

полупроводникового (рис. 2.15), кроме того, полупроводниковые выпрямители надежно работают лишь в ограниченном интервале температур (примерно от – 70 до 120 °С), однако использование в различных приборах полупроводниковых диодов делает их существенно компактнее.

*Транзисторы.* Транзисторный эффект открыт Дж. Бардиным и У. Браттейном (1948). *Биполярный транзистор* представляет собой *p-n-p* (или *n-p-n*) переход. Прямой *p-n* (или *n-p*) переход называется *эмиттерным* (*эммитер*), обратный *n-p* (или *p-n*) переход – *коллекторным* (*коллектор*). Оба перехода разделены областью *базы* (средний слой *p-n-p* или *n-p-n* перехода), толщина которого равна единицам или десятым долям мкм. Эмиттер инжектирует в базу неосновные носители тока, коллектор отделяет их от основных. Степень отделения (ток цепи) зависит от потенциала базы. *Полевой транзистор* основан на эффекте управления проводимостью приповерхностного слоя полупроводника (обычно в МДП-структуре («металл-диэлектрик-полупроводник») (либо в *p-n* переходе, либо в контакте «металл-полупроводник» (барьер Шоттки))). Электрический ток протекает от одного из электродов (*исток*) к другому (*сток*) через короткую (единицы или доли мкм) область (*канал*), над которым расположен металлический управляющий электрод (*затвор*), с помощью которого меняется проводимость канала.

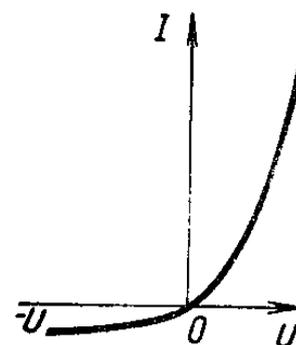


рис. 2.15

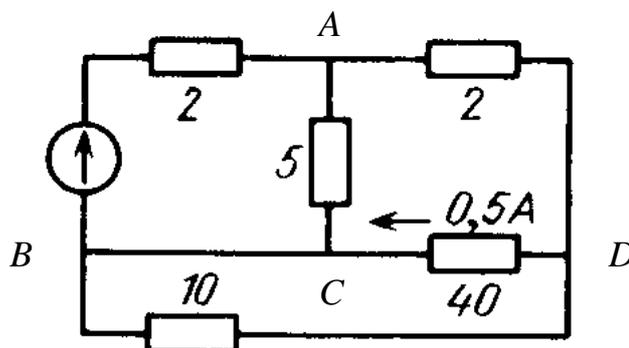
*Другие применения полупроводников.* Резкая чувствительность проводимости полупроводников к изменению температуры (рис. 2.14) используется для ее определения приборами, называемыми *термисторами*.

При поглощении света полупроводниками увеличение проводимости может происходить за счет увеличения их температуры. Этот эффект используется в приборах, называемых *болометрами*.

Увеличение числа свободных электронов, а, следовательно, и проводимости может происходить не только в результате разрыва парноэлектронной связи при повышении температуры. Эта связь может разрываться и при непосредственном поглощении излучения (*фотоэлектрический эффект*). Приборы, работающие на основе данного эффекта, называются *фотосопротивлениями*.

### Примеры решения задач

1. В схеме, изображенной на рис., указаны сопротивления и ток через одно из сопротивлений. Определите токи через все сопротивления и напряжение генератора.



#### Ответы

представлены по ходу решения.

**Решение.** 1) На участке  $BC$  отсутствует сопротивление, поэтому напряжение на нем равно нулю. Следовательно,  $U_{DB} = U_{DC}$ .

Согласно закону Ома для участка цепи ток через нижнее сопротивление  $I_{DB}$  связан с  $U_{DB}$  соотношением  $U_{DB} = 10I_{DB}$ . Получаем

$$I_{DB} = \frac{U_{DB}}{10} = \frac{U_{DC}}{10} = \frac{40I_{DC}}{10} = 4I_{DC} = 2 \text{ А.}$$

2) Первое правило Кирхгофа для точки  $D$  имеет вид

$$I_{AD} = I_{DB} + I_{DC} = 2 + 0.5 = 2.5 \text{ А.}$$

3) Второе правило Кирхгофа для верхнего правого контура с направлением обхода по часовой стрелке ( $DCA$ ) имеет вид

$$0 = U_{AD} + U_{DC} + U_{CA}$$

$$U_{CA} = 5I_{CA} = -U_{DC} - U_{AD}$$

$$I_{CA} = -\frac{U_{AD} + U_{DC}}{5} = -\frac{2I_{AD} + 40I_{DC}}{5} = -5 \text{ А.}$$

4) Первое правило Кирхгофа для точки  $C$  имеет вид

$$I_{CB} + I_{CA} = I_{DC}$$

Имеем

$$I_{CB} = I_{DC} - I_{CA} = 0.5 - (-5) = 5.5 \text{ А.}$$

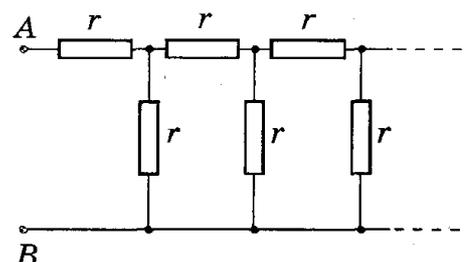
5) Первое правило Кирхгофа для точки  $B$  имеет вид

$$I_{BA} = I_{CB} + I_{DB} = 5.5 + 2 = 7.5 \text{ А.}$$

6) Второе правило Кирхгофа для верхнего левого контура с направлением обхода по часовой стрелке ( $BAC$ ) имеет вид

$$\varepsilon = 2I_{BA} + 5I_{AC} = 2I_{BA} - 5I_{CA} = 15 + 25 = 40 \text{ В.}$$

2. Из одинаковых резисторов с электрическим сопротивлением 1 Ом каждого составлена электрическая цепь (см. рис.). Каким будет электрическое сопротивление цепи между точками  $A$  и  $B$  при неограниченном увеличении числа звеньев цепи?



**Ответ:**  $R = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} r \approx 1.62 \text{ Ом.}$

**Решение.** Если число звеньев цепи бесконечно, то прибавление к ней еще одного звена не изменит ее сопротивления. Т.е. (см. рис.)

$$r + \frac{rR}{R+r} = R$$

что приводит к квадратному уравнению

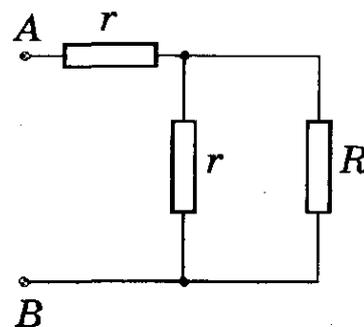
$$R^2 - Rr - r^2 = 0$$

решение которого есть

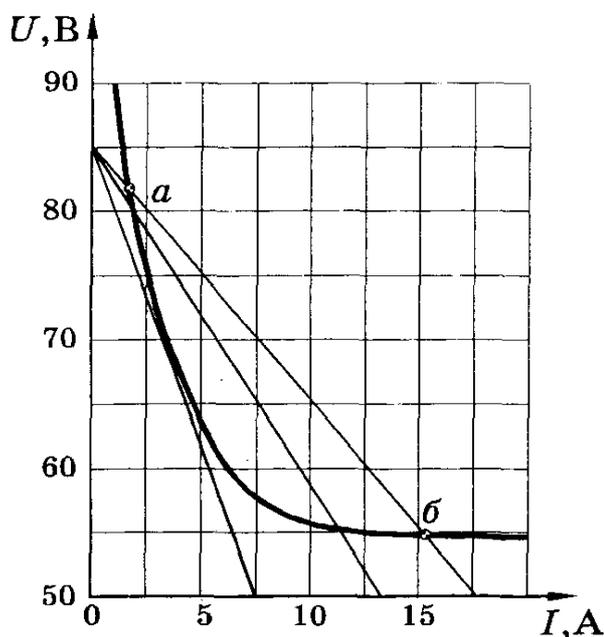
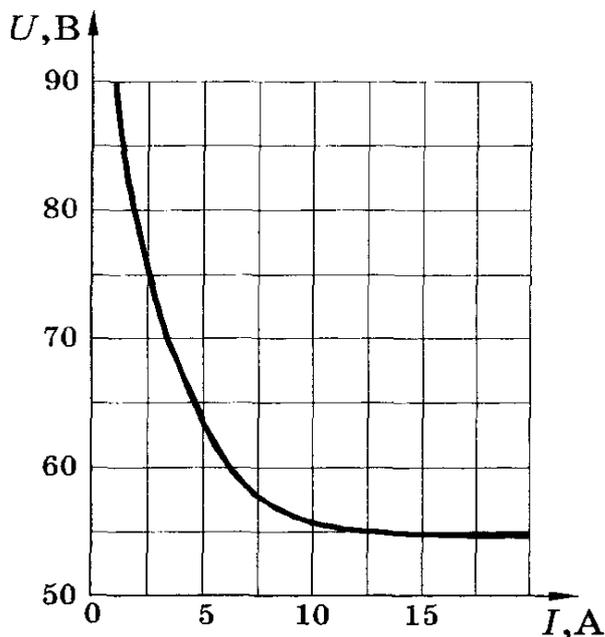
$$R = \frac{r \pm \sqrt{r^2 + 4r^2}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} r$$

Электрическое сопротивление есть положительная величина, поэтому

$$R = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} r \approx 1.62 \text{ Ом.}$$



3. ВАХ дугового разряда представлена на рис. Дугу подключают к источнику постоянного напряжения последовательно с резистором. При каком максимальном значении сопротивления резистора дуга может гореть при напряжении источника  $U_0 = 85 \text{ В}$ ?



**Ответ:**  $R = \Delta U / \Delta I = 5 \text{ Ом.}$

**Решение.** Напряжение на дуге при включении ее последовательно с резистором сопротивлением  $R$  определяется формулой

$$U = U_0 - IR \tag{1}$$

где  $I$  – сила тока в цепи. Это уравнение можно решать графически, сопоставляя вычерченные на одной координатной плоскости ВАХ дуги  $U = U(I)$  и нагрузочную прямую (1) (см. рис.).

Точки  $a$  и  $b$  пересечения нагрузочной прямой с ВАХ дуги  $U(I)$  (точка  $a$  соответствует неустойчивому, а точка  $b$  – устойчивому горению дуги) определяют возможные значения силы тока и напряжения на дуге. Если у нагрузочной прямой нет общей точки пересечения ВАХ дуги, то горение дуги невозможно. Следовательно, максимально возможному сопротивлению  $R$  соответствует касательная к графику  $U(I)$ , чем и определяется максимальное значение сопротивления резистора:

$$R = \Delta U / \Delta I = 5 \text{ Ом.}$$

4. Как зависит мощность генератора, выделяемая на внутреннем сопротивлении, от тока  $I$ ? Напряжение генератора  $\varepsilon$ , внутреннее сопротивление  $r$ . Какому сопротивлению нагрузки соответствует максимальная мощность?

**Ответ:**  $P = I(\varepsilon - Ir)$ ,  $R = r$ .

**Решение.** Согласно (2.5), (2.11) мощность генератора, выделяемая на внутреннем сопротивлении равна

$$P = I(\varepsilon - Ir) \quad (1)$$

и представляет собой параболу как функцию тока. Максимум данного выражения достигается при токе

$$I_{\max} = \frac{\varepsilon}{2r}$$

Согласно закону Ома для замкнутой цепи (2.9) при данном значении тока имеем

$$\varepsilon = I_{\max}(R + r) = \frac{\varepsilon}{2r}(R + r)$$

Левая часть данного выражения равна правой при

$$R = r.$$

Для решения данной задачи можно применить дифференциальное исчисление функций. Используя закон Ома для замкнутой цепи (2.9) имеем

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}$$

Соотношение (1) с учетом данного равенства примет вид

$$P = \frac{\varepsilon^2 R}{(R + r)^2} \quad (2)$$

Приравнявая производную от данной функции по  $R$  к нулю

$$(R + r) - 2R = 0$$

получаем значение сопротивления, при котором достигается искомый максимум мощности (2)

$$R = r.$$

5. Определить заряд конденсатора  $C_3$ , включенного в электрическую цепь (см. рис.), если внутреннее сопротивление батареи можно считать бесконечно малым.

$$\text{Ответ: } q_3 = \frac{\varepsilon C_1 - \frac{\varepsilon R_2}{R_1 + R_2} (C_1 + C_2)}{\frac{C_1}{C_3} + \frac{C_2}{C_3} + 1}.$$

**Решение.** Для нахождения заряда на обкладках конденсатора  $C_3$  необходимо найти напряжение на конденсаторе  $U_{BD}$ . Так как внутреннее сопротивление батареи пренебрежимо мало, то по закону Ома для замкнутой цепи имеем для цепи  $\varepsilon ABC\varepsilon$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_1 + R_2}$$

Отсюда

$$U_{AB} = R_1 I = \frac{R_1 \varepsilon}{R_1 + R_2},$$

$$U_{BC} = R_2 I = \frac{R_2 \varepsilon}{R_1 + R_2}$$

В замкнутом контуре  $\varepsilon ABC\varepsilon$  э.д.с. батареи равна сумме напряжений на конденсаторах  $C_1$  и  $C_2$ :

$$\varepsilon = U_1 + U_2 = \frac{q_1}{C_1} + \frac{q_2}{C_2}$$

Отсюда

$$q_1 = \varepsilon C_1 - \frac{q_2 C_2}{C_2}$$

По закону сохранения заряда сумма зарядов трех обкладок конденсаторов  $C_1$ ,  $C_2$ , и  $C_3$ , соединенных в точке  $D$ , равна нулю. Обозначив заряды верхних (по схеме) обкладок конденсаторов  $C_1$  и  $C_2$  соответственно через  $q_1$  и  $q_2$ , а заряд правой обкладки конденсатора  $C_3$  через  $q_3$ , получим

$$q_1 - q_2 - q_3 = 0 \tag{1}$$

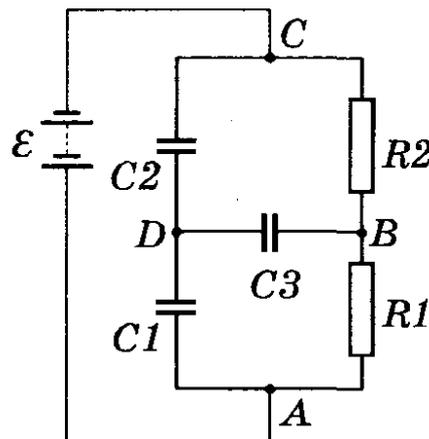
В замкнутом контуре  $BCDB$  нет источника э.д.с., поэтому напряжение на резисторе  $R_2$  равно сумме напряжений на обкладках конденсаторов  $C_3$  и  $C_2$ :

$$U_{BC} = U_{BD} + U_{DC}$$

Напряжение между точками  $B$  и  $C$  равно

$$U_{BC} = \frac{q_2}{C_2} - \frac{q_3}{C_3}$$

Отсюда



$$q_2 = U_{BC} C_2 + q_3 \frac{C_2}{C_3}, \quad q_1 = \varepsilon C_1 - U_{BC} C_1 - q_3 \frac{C_1}{C_3}$$

Подставляя в уравнение (1) найденные для  $q_1$  и  $q_2$  выражения, получаем

$$\varepsilon C_1 - U_{BC} C_1 - q_3 \frac{C_1}{C_3} = U_{BC} C_2 + q_3 \frac{C_2}{C_3} + q_3$$

$$q_3 \frac{C_1 + C_2 + C_3}{C_3} = \varepsilon C_1 - U_{BC} C_1 - U_{BC} C_2$$

$$q_3 = \frac{\varepsilon C_1 - U_{BC} (C_1 + C_2)}{\frac{C_1}{C_3} + \frac{C_2}{C_3} + 1} = \frac{\varepsilon C_1 - \frac{\varepsilon R_2}{R_1 + R_2} (C_1 + C_2)}{\frac{C_1}{C_3} + \frac{C_2}{C_3} + 1}$$

б. Генератор напряжения представляет собой параллельно соединенные э.д.с.  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  с внутренними сопротивлениями  $r_1$  и  $r_2$ . Найти э.д.с.  $\varepsilon$  и внутреннее сопротивление  $r$  такого генератора.

$$\text{Ответ: } \varepsilon = \frac{\varepsilon_1 r_2 + \varepsilon_2 r_1}{r_1 + r_2}, \quad r = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}.$$

**Решение.** Пусть  $I_1$  – ток, протекающий через  $\varepsilon_1$ ,  $I_2$  – ток, протекающий через  $\varepsilon_2$ . Напряжение на параллельном соединении одно и то же, поэтому

$$\varepsilon_1 - I_1 r_1 = \varepsilon_2 - I_2 r_2$$

откуда получаем связь между токами  $I_1$  и  $I_2$

$$I_2 = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1 + I_1 r_1}{r_2} \quad (1)$$

Из соотношения

$$\varepsilon_1 - I_1 r_1 = \varepsilon - I r$$

с учетом первого правила Кирхгофа

$$I = I_1 + I_2$$

для тока, протекающего через  $\varepsilon$ , и соотношения (1) получаем

$$\varepsilon_1 - I_1 r_1 = \varepsilon - \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{r_2} r - I_1 \left( 1 + \frac{r_1}{r_2} \right) r$$

Данное выражение должно быть справедливо при любых токах  $I_1$ , поэтому в данном равенстве должны быть равны как свободные члены, так и коэффициенты при  $I_1$ , получаем

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon_1 r_2 + \varepsilon_2 r_1}{r_1 + r_2}$$

$$r = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}$$