

## Задачи по геометрии для 11 класса

1. Через центр сферы радиусом 1 проведены три взаимно перпендикулярные плоскости. Найти радиус шара, касающегося данной сферы и этих трех плоскостей.
2. В шаре радиуса  $R$  из точки его поверхности проведены три равные хорды под углом  $\alpha$  друг к другу. Определить их длину.
3. Шар касается трех ребер куба с общей вершиной  $A$  и трех граней с общей вершиной  $C_1$ . Найти радиус шара, если ребро куба равно 1.
4. Площадь сечения конуса плоскостью, составляющей угол  $30^\circ$  с осью конуса и проходящий через вершину конуса, равна площади осевого сечения. Найти угол раствора конуса.
5. Из круга вырезан сектор с центральным углом  $\varphi$ . Из полученного сектора и оставшейся части свернуты два конуса. Высота первого конуса в два раза больше высоты второго. Найти величину угла  $\varphi$ .
6. В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известно, что  $AB = 4$ ,  $BC = BB_1 = 1$ . Сфера вписанная в трехгранный угол  $BAB_1C$  (с вершиной  $B$ ), касается диагонали  $AC_1$ . Определить радиус сферы (найти все решения).
7. Шар радиуса 2 вписан в правильную четырехугольную пирамиду. Шар радиуса 1 касается первого шара, основания пирамиды и двух соседних боковых граней. Найти величину двугранного угла при боковом ребре.
8. В правильной треугольной пирамиде  $ABCD$  сторона основания  $ABC$  равна 2. Внутри пирамиды расположен конус, окружность основания которого вписана в треугольник  $ACD$ , а вершиной конуса является точка  $P$ , лежащая на высоте  $BK$  треугольника  $ABC$  так, что  $BP : PK = 3 : 1$ . Найти радиус основания конуса.
9. Радиус основания цилиндра равен 1, а высота его равна  $\sqrt{2}$ . Две вершины правильного треугольника расположены на окружности одного основания цилиндра, а одна вершина — на окружности другого основания. Найти сторону правильного треугольника.
10. Отрезок  $AB$  единичной длины, являющийся хордой сферы радиусом 1, расположен под углом  $\pi/3$  к диаметру  $CD$  этой сферы. Расстояние от конца  $C$  диаметра до ближайшего к нему конца  $A$  хорды  $AB$  равно  $\sqrt{2}$ . Найдите длину отрезка  $BD$ .