

Экзамен по геометрии. 10 класс.

1. Две правильные пирамиды  $DABC$  и  $FABC$  имеют общее основание  $ABC$  и расположены по разные стороны от него. Все плоские углы при вершинах  $D$  и  $F$  прямые. Боковое ребро каждой пирамиды равно 1. Вычислите: 1) расстояние от  $D$  до  $(BCF)$ ; 2) расстояние между  $(AD)$  и  $(BF)$ ; 3) угол между прямыми  $(AD)$  и  $(BF)$ ; 4) угол между  $(AD)$  и  $(BCF)$ ; 5) угол между  $(ACD)$  и  $(BCF)$ ; 6) расстояние от середины ребра  $AD$  до прямой  $(BF)$ .
2. В правильной пирамиде  $PABC$  точка  $K$  – середина ребра  $PB$ ,  $|AB| = 2$ ,  $\cos \angle APB = 1/4$ . Вычислите: 1) расстояние от  $B$  до  $(AKC)$ ; 2) расстояние между  $(AK)$  и  $(BC)$ ; 3) угол между  $(BC)$  и  $(AK)$ ; 4) угол между  $(PB)$  и  $(AKC)$ ; 5) угол между  $(AKC)$  и  $(PBC)$ .
3. В четырехугольнике  $ABCO$  углы при вершинах  $A$  и  $C$  прямые,  $|AO| = |CO| = 2$ ,  $|AB| = x$ . Длина перпендикуляра  $OP$  к плоскости  $(ABC)$  равна 1. Выразите как функцию от  $x$ : 1) расстояние от  $O$  до  $(PAB)$ ; 2) расстояние от  $B$  до  $(APC)$ ; 3) расстояние между  $(AC)$  и  $(PB)$ ; 4) расстояние между  $(AP)$  и  $(OC)$ ; 5) угол между  $(PB)$  и  $(OC)$ ; 6) угол между  $(PC)$  и  $(PAB)$ ; 7) угол между  $(PBC)$  и  $(PAO)$ .
4. В правильной пирамиде  $PABCD$  все ребра равны  $d$ , точка  $L$  – середина ребра  $PC$ . Вычислите: 1) расстояние от  $L$  до  $(APB)$ ; 2) расстояние между  $(AL)$  и  $(DC)$ ; 3) угол между  $(DC)$  и  $(AL)$ ; 4) угол между  $(AL)$  и  $(PAB)$ ; 5) угол между  $(APB)$  и  $(ALD)$ .
5. Пусть  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – прямоугольный параллелепипед с ребрами  $AB = AD = 1$ ,  $AA_1 = 2$ . Вычислите: 1) расстояние от  $A$  до  $(BC_1 D)$ ; 2) расстояние между  $(A_1 C)$  и  $(AD)$ ; 3) угол между  $(AK_1)$  и  $(DK_2)$ , где точки  $K_1, K_2$  – середины ребер  $A_1 B_1$  и  $BC$ ; 4) угол между  $(CK_3)$  и  $(AK_1 K_2)$ , где  $K_3$  – середина ребра  $C_1 D_1$ ; 5) угол между  $(A_1 C C_1)$  и  $(K_1 K_2 K_3)$ .