

# Переводное задание по алгебре (2012/2013)

1. Решить уравнения:

1.1)  $|x^2 + 4x + 2| = \frac{5x + 16}{3}$ ;

1.2)  $\sqrt{x^3 - 3x^2 - 2x + 17} = x + 1$ ;

1.3)  $||3 - x| - x + 1| + x = 6$ ;

1.4)  $x^4 - 2x^3 - 13x^2 - 2x + 1 = 0$ ;

1.5) Разложить многочлен  $P(x) = x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 11x + 4$  на неприводимые множители.

2. Решить неравенства:

2.1)  $\frac{x}{1-x} \leq x - 6$ ;

2.2)  $\sqrt{-x^2 + 6x - 5} > 8 - 2x$ ;

2.3)  $||x^3 + x - 3| - 5| \leq x^3 - x + 8$ ;

2.4)  $||x^2 - 8x + 2| - x^2| \geq 2x + 2$ ;

2.5)  $\frac{(x^2 - 3x + 4)^2 - 2|x^3 - 3x^2 + 4x| - 35x^2}{2x^2 + 5x - 3} \geq 0$ ;

2.6) При каких значениях параметра  $a$  неравенство  $3 - x^2 > |x - a|$  имеет хотя бы одно отрицательное решение ?

3. Построить графики:

3.1)  $\sin x$ ;      3.2)  $\cos x$ ;      3.3)  $\operatorname{tg} x$ ;      3.4)  $\operatorname{ctg} x$ ;

3.5)  $\arcsin x$ ;      3.6)  $\arccos x$ ;      3.7)  $\operatorname{arctg} x$ ;      3.8)  $\operatorname{arcctg} x$ ;

3.9)  $\sin(\arcsin x)$ ;      3.10)  $\arcsin(\sin x)$ ;      3.11)  $\arccos(\sin x)$ ;      3.12)  $\arcsin(\cos x)$ .

4. Вычислить :

4.1)  $\sin\left(\operatorname{arctg}\left(-\frac{7}{3}\right)\right)$ ;      4.2)  $\cos\left(\arcsin\left(-\frac{3}{4}\right)\right)$ ;      4.3)  $\operatorname{tg}\left(\arccos\left(-\frac{2}{5}\right)\right)$ .

5. 5.1) Решить уравнение  $2\cos^2 x - 3\sin x = 0$ .

Указать корни, принадлежащие отрезку  $[9\pi/2, 11\pi/2]$ .

5.2) Решить уравнение  $2\sin^2 x - \cos x - 1 = 0$ .

Указать корни, принадлежащие отрезку  $[3\pi, 4\pi]$ .

5.3) Решить уравнение  $(4\cos^2 x + 4\cos x - 3) \cdot \sqrt{5\sin x} = 0$ .

6. Решить уравнения:

6.1)  $2\sin^3 x = \cos x$ ;

6.2)  $\operatorname{tg}^2 x - \operatorname{tg} x = 4 - 4\operatorname{ctg}^2 x - 2\operatorname{ctg} x$ ;

6.3)  $2\sin^2 x - \sin x \cos 2x - \cos^2 2x = 0$ ;

6.4)  $\sqrt{3\sin^2 x - 2} = 3\cos x - 1$ ;

- 6.5)  $\sqrt{1 - \cos x + 12 \sin^2 x} = 4 \sin^2 x$ ;  
 6.6)  $\cos x \cos 3x = \cos 5x \cos 7x$ ;  
 6.7)  $\cos 3x = \sin 2x + \cos x$ ;  
 6.8)  $\sin x + \sin 3x + 4 \cos^3 x = 0$ ;  
 6.9)  $\sin x + \sin 2x + \sin 3x = \cos x + \cos 2x + \cos 3x$ ;  
 6.10)  $\sin x + \cos 4x = \cos 2x - \sin 5x$ ;  
 6.11)  $\cos x + \sin x + \cos 3x + \sin 3x = -\sqrt{6} \cos x$ .

7. Решить неравенства:

- 7.1)  $\operatorname{ctg} x > -\frac{1}{\sqrt{3}}$ ;      7.2)  $\frac{1}{\cos x} < 2$ ;  
 7.3)  $\cos x < \cos 3x$ ;      7.4)  $\sqrt{2 \cos x} \leq 1$ .

8. Отметить на комплексной плоскости  $\mathbb{C}$  все  $z$ , такие что:

- 8.1)  $|z + 4 - i| = 2$ ;      8.2)  $|z + 2i| < |z - i|$ ;      8.3)  $\left| \frac{z + 2\bar{z}}{z - i} \right| = 1$ .

9. Решить уравнения в поле комплексных чисел ( $z \in \mathbb{C}$ ):

- 9.1)  $iz^2 - (1 + i)z - 2i + 2 = 0$ ;      9.2)  $2iz^2 - 2z - i - \sqrt{6} = 0$ ;  
 9.3)  $z^3 = \frac{1 - i}{1 + i}$ ;      9.4)  $z^4 = \frac{(1 + i\sqrt{3})^{10}}{(1 - i\sqrt{3})^6}$ ;  
 9.5)  $z^2 + |z| = 0$ ;      9.6)  $z^2 + \bar{z} = 0$ ;      9.7)  $z^2 = \bar{z}^3$ .

### Решить задачи экзаменационного работы по алгебре за 2011г.

1. Дано комплексное число  $a = \sqrt{3} + i$ . Найти все  $z$ , удовлетворяющие условиям:

$$\begin{cases} |z|^3 = 4|a|, \\ 3 \arg z - \arg a = \frac{5\pi}{3}. \end{cases}$$

Отметить найденные решения на комплексной плоскости.

2. Решить уравнение для комплексной переменной:  $z^2 + (2i + 3)z + 5 + i = 0$ .

3. Решить уравнение  $\operatorname{arccotg} \left( \frac{3x - 1}{x} \right) + \arccos x = \frac{\pi}{2}$ .

4. Решить неравенство  $\frac{\sin 5x}{\sin x} \geq \operatorname{ctg} x$ .

5. Решить уравнение  $\sqrt{-\operatorname{ctg} \left( x + \frac{\pi}{4} \right)} = \frac{\cos \left( 4x + \frac{\pi}{4} \right) - \cos \left( 2x + \frac{3\pi}{4} \right)}{\cos 3x}$ .

6. Решить уравнение  $(8 \sin x + 15 \cos x)(53 + 32 \sin x + 17 \cos 2x) = 1318$ .